COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1888.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

HERMITE (Charles) (C. ✻).
BONNET (Pierre-Ossian) (O. ✻).
JORDAN (Marie-Ennemond-Camille) ✻.
DARBOUX (Jean-Gaston) ✻.
HALPHEN (Georges-Henri) ✻.
POINCARÉ (Jules-Henri).

SECTION II. — *Mécanique.*

PHILLIPS (Édouard) (O. ✻).
RESAL (Henry-Amé) (O. ✻).
LÉVY (Maurice) (O. ✻).
BOUSSINESQ (Valentin-Joseph) ✻.
DEPREZ (Marcel) (O. ✻).
SARRAU (Jacques-Rose-Ferdinand-Émile) (O. ✻).

SECTION III. — *Astronomie.*

FAYE (Hervé-Auguste-Étienne-Albans) (C. ✻).
JANSSEN (Pierre-Jules-César) (O. ✻).
LŒWY (Maurice) (O. ✻).
MOUCHEZ (Contre-Amiral Ernest-Amédée-Barthélemy) (C. ✻).
TISSERAND (François-Félix) ✻.
WOLF (Charles-Joseph-Étienne) ✻.

SECTION IV. — *Géographie et Navigation.*

PARIS (Vice-Amiral François-Edmond) (G. C. ✻).
JURIEN DE LA GRAVIÈRE (Vice-Amiral Jean-Pierre-Edmond) (G. C. ✻).
ABBADIE (Antoine-Thompson D') ✻.
PERRIER (Général François) (C. ✻).
BOUQUET DE LA GRYE (Jean-Jacques-Anatole) (O. ✻).
GRANDIDIER (Alfred) ✻.

Section V. — *Physique générale.*

Messieurs :

Fizeau (Armand-Hippolyte-Louis) (o. ✻).
Becquerel (Alexandre-Edmond) (c. ✻).
Berthelot (Marcelin-Pierre-Eugène) (g. o. ✻).
Cornu (Marie-Alfred) ✻.
Mascart (Éleuthère-Élie-Nicolas) (o. ✻).
Lippmann (Gabriel) ✻.

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie.*

Chevreul (Michel-Eugène) (g. c. ✻).
Fremy (Edmond) (c. ✻).
Cahours (Auguste-André-Thomas) (c. ✻).
Debray (Jules-Henri) (o. ✻).
Friedel (Charles) (o. ✻).
Troost (Louis-Joseph) (o. ✻).

Section VII. — *Minéralogie.*

Daubrée (Gabriel-Auguste) (g. o. ✻).
Des Cloizeaux (Alfred-Louis-Olivier Legrand) ✻.
Hébert (Edmond) (c. ✻).
Fouqué (Ferdinand-André) ✻.
Gaudry (Jean-Albert) (o. ✻).
N. . . . .

Section VIII. — *Botanique.*

Duchartre (Pierre-Étienne-Simon) (o. ✻).
Naudin (Charles-Victor) ✻.
Trécul (Auguste-Adolphe-Lucien).
Chatin (Gaspard-Adolphe) (o. ✻).
Van Tieghem (Philippe-Édouard-Léon) ✻.
Bornet (Jean-Baptiste-Édouard) ✻.

SECTION IX. — *Économie rurale.*

Messieurs :

PELIGOT (Eugène-Melchior) (G. O. ✻).
MANGON (Charles-François-Hervé) (C. ✻).
SCHLŒSING (Jean-Jacques-Théophile) (O. ✻).
REISET (Jules) (O. ✻).
CHAUVEAU (Jean-Baptiste-Auguste) (O. ✻).
DEHÉRAIN (Pierre-Paul) ✻.

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie.*

QUATREFAGES DE BRÉAU (Jean-Louis-Armand DE) (C. ✻).
BLANCHARD (Charles-Émile) (O. ✻).
LACAZE-DUTHIERS (Félix-Joseph-Henri DE) (C. ✻).
EDWARDS (Alphonse-MILNE) (O. ✻).
SAPPEY (Phibert-Constant) (C. ✻).
RANVIER (Louis-Antoine) ✻.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie.*

MAREY (Étienne-Jules) (O ✻).
RICHET (Didier-Dominique-Alfred) (C. ✻).
CHARCOT (Jean-Martin) (O. ✻).
BROWN-SÉQUARD (Charles-Édouard) ✻.
BOUCHARD (Charles-Jacques) ✻.
VERNEUIL (Aristide-Auguste-Stanislas) (O. ✻).

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

BERTRAND (Joseph-Louis-François) (C. ✻), pour les Sciences mathématiques.

PASTEUR (Louis) (G. C. ✻), pour les Sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

Messieurs :

LARREY (le Baron Félix-Hippolyte) (G. O. ✻).
COSSON (Ernest-Saint-Charles) O. ✻.
LESSEPS (Ferdinand-Marie DE) (G. C. ✻).
FAVÉ (Général Idelphonse) (G. O. ✻).
DAMOUR (Augustin-Alexis) (O. ✻).
LALANNE (Léon-Louis CHRÉTIEN-) (G. O. ✻).
FREYCINET (Charles-Louis DE SAULCES DE) (O. ✻).
HATON DE LA GOUPILLIÈRE (Julien-Napoléon) ✻.
JONQUIÈRES (Vice-Amiral Jean-Philippe-Ernest DE FAUQUE DE) (G. O. ✻).
CAILLETET (Louis-Paul) ✻.

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

OWEN (Sir Richard) (O. ✻), à Londres.
KUMMER (Ernest-Édouard), à Berlin.
AIRY (Sir George-Biddell) ✻, à Greenwich.
TCHÉBICHEFF (Pafnutij), à Saint-Pétersbourg.
CANDOLLE (Alphonse DE) ✻, à Genève.
S. M. Dom PEDRO D'ALCANTARA (G. C. ✻), Empereur du Brésil.
THOMSON (Sir William) (C. ✻), à Glascow.
BUNSEN (Robert-Wilhelm-Eberhard) (O. ✻), à Heidelberg.

CORRESPONDANTS.

NOTA. — Le règlement du 6 juin 1808 donne à chaque Section le nombre de Correspondants suivant.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (6).

NEUMANN (Franz-Ernest), à Kœnigsberg.
SYLVESTER (James-Joseph), à Baltimore.
WEIERSTRASS (Charles) ✻, à Berlin.
KRONECKER (Léopold) ✻, à Berlin.
BRIOSCHI (François), à Milan.
SALMON (George), à Dublin.

SECTION II. — *Mécanique* (6).

Messieurs :

CLAUSIUS (Julius-Emmanuel-Rudolph) (O. ✻), à Bonn.
CALIGNY (Anatole-François HÜE, Marquis DE) ✻, à Versailles.
BROCH (Ole-Jacob) (O. ✻), à Christiania.
BOILEAU (Pierre-Prosper) (O. ✻), à Versailles.
COLLADON (Jean-Daniel) ✻, à Genève.
DAUSSE (Marie-François-Benjamin) ✻, à Grenoble.

SECTION III. — *Astronomie* (16).

HIND (John-Russell), à Londres.
ADAMS (J.-C.), à Cambridge.
CAYLEY (Arthur), à Londres.
STRUVE (Otto-Wilhelm) (C. ✻), à Pulkova.
LOCKYER (Joseph-Norman), à Londres.
HUGGINS (William), à Londres.
NEWCOMB (Simon), à Washington.
STEPHAN (Jean-Marie-Édouard), ✻, à Marseille.
HALL (Asaph), à Washington.
GYLDÉN (Jean-Auguste-Hugo) ✻, à Stockholm.
SCHIAPARELLI (Jean-Virginius), à Milan.
DE LA RUE (Warren), (C. ✻), à Londres.
GOULD (Benjamin-Apthorp), à Cordoba.
WOLF (Rudolf), à Zurich.
N. . . . .
N. . . . .

SECTION IV. — *Géographie et Navigation* (8).

TCHIHATCHEF (Pierre-Alexandre DE) (C. ✻), à Saint-Pétersbourg.
RICHARDS (Contre-Amiral George-Henry), à Londres.
DAVID (Abbé Armand), missionnaire en Chine.
LEDIEU (Alfred-Constant-Hector) (O. ✻), à Versailles.
NORDENSKIÖLD (Nils-Adolf-Erik Baron) (C. ✻), à Stockholm.
IBAÑEZ DE IBERO (Général Charles) (G. O. ✻), à Madrid.
PISSIS (Pierre-Joseph-Aimé) ✻, à Santiago.
N. . . . .

SECTION V. — *Physique générale* (9).

Messieurs :

WEBER (Wilhelm), à Göttingue.
HIRN (Gustave-Adolphe), à Colmar.
HELMHOLTZ (Hermann-Louis-Ferdinand) (C. ✻), à Berlin.
JOULE (James-Prescott), à Manchester.
STOKES (George-Gabriel), à Cambridge.
ABRIA (Jérémie-Joseph-Benoît) (O. ✻), à Bordeaux.
CROVA (André-Prosper-Paul) ✻, à Montpellier.
N. . . . .
N. . . . .

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie* (9).

HOFMANN (Auguste-Wilhelm), à Berlin.
MARIGNAC (Jean-Charles GALISSARD DE), à Genève.
FRANKLAND (Edward), à Londres.
WILLIAMSON (Alexander-William), à Londres.
LECOQ DE BOISBAUDRAN (Paul-Émile dit François) ✻, à Cognac.
CHANCEL (Gustave-Charles-Bonaventure) (O. ✻), à Montpellier.
STAS (Jean-Servais) ✻, à Bruxelles.
REBOUL (Pierre-Edmond) ✻, à Marseille.
BAEYER (Adolf DE), à Munich.

SECTION VII. — *Minéralogie* (8).

KOKSCHAROW (Général Nicolas DE), à Saint-Pétersbourg.
LORY (Charles) ✻, à Grenoble.
FAVRE (Jean-Alphonse), à Genève.
HALL (James), à Albany.
PRESTWICH (Joseph), à Oxford.
GOSSELET (Jules-Auguste-Alexandre) ✻, à Lille.
DECHEN (Ernest-Henri-Charles DE) (O. ✻), à Bonn-sur-Rhin.
SCACCHI (Arcangelo), à Naples.

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

Messieurs :

HOOKER (Jos. Dalton), à Kew.
PRINGSHEIM (Nathanael), à Berlin.
PLANCHON (Jules-Émile) ✵, à Montpellier.
SAPORTA (Louis-Charles-Joseph-Gaston, Comte DE) ✵, à Aix.
GRAY (Asa), à Cambridge (Massachussets).
CLOS (Dominique), à Toulouse.
SIRODOT (Simon) ✵, à Rennes.
GRAND'EURY (François-Cyrille) ✵, à Saint-Étienne.
AGARDH (Jacob-Georg), à Lund.
N. . . . .

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

MARTINS (Charles-Frédéric) (O. ✵), à Montpellier.
MARÈS (Henri-Pierre-Louis) ✵, à Montpellier.
LAWES (John-Bennet), à Rothamsted, Saint-Albans station (Herfortshire).
GASPARIN (Paul-Joseph DE) ✵, à Orange.
DEMONTZEY (Gabriel-Louis-Prosper) ✵, à Aix.
GILBERT (Joseph-Henry), à Rothamsted, Saint-Albans station (Herfortshire).
CORVO (João DE ANDRADE) (G. C. ✵), à Lisbonne.
LECHARTIER (Georges-Vital), à Rennes.
MENABREA (le comte Louis-Frédéric) (C. ✵), à Rome.
HOUZEAU (Auguste) ✵, à Rouen.

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

BENEDEN (Pierre-Joseph VAN) (O. ✵), à Louvain.
LOVÉN (Svenon-Louis), à Stockholm.
STEENSTRUP (Japetus), à Copenhague.
DANA (James-Dwight), à New-Haven.
HUXLEY (Thomas-Henry), à Londres.
VOGT (Carl) ✵, à Genève.
AGASSIZ (Alexandre), à Cambridge (États-Unis).
FABRE (Jean-Henri) ✵, à Sérignan (Vaucluse).
COTTEAU (Gustave-Honoré) ✵, à Auxerre.
MARION (Antoine-Fortuné) ✵, à Marseille.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (8).

Messieurs :

VIRCHOW (Rudolph DE), à Berlin.
OLLIER (Louis-Xavier-Édouard-Léopold) (O. ✵), à Lyon.
THOLOZAN (Joseph-Désiré) (O. ✵), à Téhéran.
DONDERS (François-Corneille), à Utrecht.
PALASCIANO (Ferdinand-Antoine-Léopold), à Naples.
HANNOVER (Adolphe), à Copenhague.
PAGET (sir James), à Londres.
LÉPINE (Jacques-Raphaël) ✵, à Lyon.

Commission pour administrer les propriétés et fonds particuliers de l'Académie.

BECQUEREL.
FREMY.

Et les Membres composant le Bureau.

Changements survenus dans le cours de l'année 1887.

(*Voir* à la page 16 de ce Volume.)

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 2 JANVIER 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

RENOUVELLEMENT ANNUEL

DE LA COMMISSION ADMINISTRATIVE.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de deux de ses Membres qui devront faire partie, en 1888, de la Commission centrale administrative.

MM. Fremy et Edm. Becquerel réunissent la majorité des suffrages.

Conformément au Règlement, le Président fait connaître l'état où se trouve l'impression des Recueils que l'Académie publie et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants de l'Académie pendant le cours de l'année.

M. **Janssen** donne à cet égard les renseignements suivants :

État de l'impression des Recueils de l'Académie au 1er janvier 1888.

Volumes publiés.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Le Tome CII (1er semestre 1886) et le Tome CIII (2e semestre 1886) ont paru avec leur Table.

Les numéros de l'année 1887 ont été mis en distribution avec la régularité habituelle.

Mémoires présentés par divers savants. — Le Tome XXIX a été mis en distribution au mois de mars dernier. Ce Tome renferme le Mémoire de M. J.-S. Smith sur la représentation des nombres par des sommes de cinq carrés; celui de M. Minkowski sur la théorie des formes quadratiques à coefficients entiers, et celui de M. Appell, intitulé : « Déblais et remblais des systèmes continus ou discontinus ».

Volumes en cours de publication.

Mémoires de l'Académie. — Le Tome XLIII est réservé au Mémoire de M. Yvon Villarceau sur l'établissement des arches de pont. 35 feuilles sont tirées : 17 pour le texte et 18 pour les Tables. L'impression est momentanément suspendue.

Le Tome XLIV renferme trois Mémoires de M. Becquerel sur la température de l'air à la surface du sol et sous la terre jusqu'à 36m de profondeur. Ces trois Mémoires forment 15 feuilles tirées.

Viennent ensuite : le Mémoire de M. de Jonquières, intitulé : « Théorie élémentaire, d'après les méthodes de Poinsot, du mouvement de la toupie, etc. », qui forme 4 feuilles tirées, et le Mémoire de M. de Saint-Venant « Sur la résistance des fluides », renfermant 35 feuilles tirées.

L'imprimerie a épuisé sa copie.

Mémoires présentés par divers savants. — Le Tome XXX renferme un Mé-

moire de M. Souillart, intitulé : « Théorie analytique des mouvements des satellites de Jupiter », qui forme 25 feuilles tirées; un Mémoire de MM. Guyou et Simart, portant pour titre : « Développements de géométrie du navire avec applications aux calculs de stabilité des navires ». Il forme 9 feuilles tirées.

Vient ensuite un Mémoire intitulé : « Mission d'Andalousie. Études relatives au tremblement de terre du 25 décembre 1884, et à la constitution géologique du sol ébranlé par les secousses ».

Ce Mémoire, publié, sous la direction de M. Fouqué, par MM. Michel Lévy, Marcel Bertrand, Barrois, Offret, Kilian, Bergeron et Bréon, forme actuellement 24 feuilles tirées.

La composition continue.

Changements survenus parmi les Membres depuis le 1er janvier 1887.

Membres décédés.

Section d'Économie rurale : M. **Boussingault**, décédé le 11 mai.

Section de Médecine et Chirurgie : M. **Gosselin**, décédé le 30 avril.

Secrétaire perpétuel : M. **Vulpian**, décédé le 18 mai.

Membres élus.

Section de Géométrie : M. **Poincaré**, le 31 janvier, en remplacement de M. Laguerre, décédé.

Section d'Économie rurale : M. **Dehérain**, le 12 décembre, en remplacement de M. Boussingault, décédé.

Section d'Anatomie et Zoologie : M. **Ranvier**, le 24 janvier, en remplacement de M. Robin, décédé.

Section de Médecine et Chirurgie : M. **Bouchard**, le 23 mai, en remplacement de M. Bert, décédé; M. **Verneuil**, le 20 juin, en remplacement de M. Gosselin, décédé.

Secrétaire perpétuel : M. **Pasteur**, le 18 juillet, en remplacement de M. Vulpian, décédé.

Membre à remplacer.

Section de Minéralogie : M. **Pasteur**, élu Secrétaire perpétuel.

Changements survenus parmi les Correspondants depuis le 1er janvier 1887.

Correspondants décédés.

Section de Physique générale : M. **Terquem**, à Lille, décédé le 16 juillet; M. **Kirchhoff**, à Berlin, décédé le 17 octobre.

Section de Minéralogie : M. **Studer**, à Berne, décédé le 2 mai.

Section de Médecine et Chirurgie : M. **Leudet**, à Rouen, décédé le 5 mars.

Correspondants élus.

Section de Minéralogie : M. **de Dechen**, à Bonn, le 31 mai, en remplacement de M. Abich, décédé; M. **Scacchi**, à Naples, le 25 juillet, en remplacement de M. Studer, décédé.

Section d'Économie rurale : M. le comte **Menabrea**, à Rome, le 7 février, en remplacement de M. Reiset, élu membre titulaire; M. **Houzeau**, à Rouen, le 21 février, en remplacement de M. de Vergnette-Lamotte, décédé.

Section d'Anatomie et Zoologie : M. **Carl Vogt**, à Genève, le 27 juin, en remplacement de M. Brandt, décédé; M. **Alexandre Agassiz**, à Cambridge (États-Unis), le 4 juillet, en remplacement de M. Mulsant, décédé; M. **Fabre**, à Sérignan (Vaucluse), le 11 juillet, en remplacement de M. de Siebold, décédé; M. **Cotteau**, à Auxerre, le 18 juillet, en remplacement de M. Joly, décédé; M. **Marion**, à Marseille, le 25 juillet, en remplacement de M. Carpenter, décédé.

Section de Médecine et Chirurgie : M. **Leudet**, à Rouen, le 14 février, en remplacement de M. Chauveau, élu membre titulaire; M. **Lépine**, à Lyon, le 11 juillet, en remplacement de M. Leudet, décédé.

Correspondants à remplacer.

Section d'Astronomie : M. **Roche**, à Montpellier, décédé le 18 avril 1883; M. **d'Oppolzer**, à Vienne, décédé le 26 décembre 1886.

Section de Géographie et Navigation : M. le général **Sabine**, à Londres, décédé le 26 juin 1883.

Section de Physique générale : M. **Terquem**, à Lille, décédé le 16 juillet 1887; M. **Kirchhoff**, à Berlin, décédé le 17 octobre 1887.

Section de Botanique : M. **Boissier**, à Genève, décédé le 25 septembre 1885.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur l'association des électeurs par le sort;* par M. J. Bertrand.

« On a remarqué plusieurs fois qu'en partageant un pays en collèges électoraux dans lesquels le sort associerait un nombre désigné d'électeurs, le résultat serait très loin de représenter la proportion des opinions qui partagent le pays. L'opinion dominante serait favorisée dans une proportion qu'un calcul exact fait connaître et qui dépasse toute prévision.

» Supposons qu'une urne contienne des boules blanches et des boules noires en proportion telle que la probabilité de tirer une boule blanche soit p et celle de tirer une boule noire égale à q.

» Si l'on tire au sort un nombre de boules égal à μ, la combinaison la plus probable est celle qui associera μp boules blanches à μq boules noires, mais il y aura très probablement un écart h. Le prix dont il faudrait payer équitablement une somme promise à l'avance et égale à $\left(\frac{h}{a}\right)^2$ est exactement

$$\frac{\mu pq}{a^2}, \tag{1}$$

et celui d'une somme égale à $\left(\frac{h}{a}\right)^{2n}$ est approximativement

$$1.3.5\ldots(2n-1)\left(\frac{\mu pq}{a^2}\right)^n. \tag{2}$$

» L'expression (2), pour une valeur donnée de a, est minima quand on a

$$2n+1 = \frac{a^2}{\mu pq};$$

elle a alors pour valeur approchée

$$e^{-n}\sqrt{\frac{2}{e}}. \tag{3}$$

» Si l'on suppose $\mu = 20000$, $p = 0,45$, $q = 0,55$, $a = 1000$, $n = 100$, l'expression (3), dont ces hypothèses rendent la petitesse excessive, représentera la somme dont on devrait payer équitablement une promesse qui, entre beaucoup d'autres avantages, assurerait une somme de 1^{fr} si, sur 20000 électeurs réunis par le sort, la majorité se trouvait acquise à l'opinion qui compte dans le pays les 0,45 du nombre total des électeurs.

» En maniant pendant quelques secondes une pièce de 10 centimes, la valeur du cuivre détaché de la pièce, pour rester adhérent à la main, représenterait certainement une somme plus grande que

$$e^{-100}\sqrt{\frac{2}{e}}.$$

» La promesse d'un million, même celle d'un milliard, par chacun des représentants de la minorité élus dans les conditions supposées, serait évaluée beaucoup trop cher pour l'ensemble des élections en la payant 1 centime.

» J'ai traité la question d'une manière plus directe. Supposant 10000000 d'électeurs, parmi lesquels 4500000 d'une opinion, nous les nommerons les blancs, et 5500000 de l'opinion opposée, ce seront les noirs.

» Si l'on charge le hasard de former 1000000 de groupes de 10, de réunir ensuite ces groupes 10 par 10 pour former 100000 groupes de 100, puis les groupes de 100 10 par 10, pour former 10000 groupes de 1000, et les groupes de 1000, enfin, 10 par 10, pour former 1000 groupes de 10000, voici les nombres les plus probables des groupes dans lesquels les blancs sont en majorité :

261540	groupes de	10,	soit	0,261	du nombre total,
15766	»	100,	»	0,157	»
8	»	1000,	»	0,0008	»
0	»	10000,	»	0,000000	»

» La probabilité pour que, sur 500 députés élus en suivant cette méthode, la minorité, qui compte dans le pays les 0,45 des électeurs, obtienne un seul représentant, est plus petite que celle de gagner 2 quines de suite à la loterie.

» La nomination d'un représentant de la minorité pourrait être considérée comme absolument impossible.

» L'expérience contredit en apparence cette assertion; mais l'association des électeurs d'un même département ou d'un même arrondissement n'est pas équivalente à un tirage au sort entre tous les habitants du pays. Les intérêts communs et des influences semblables corrigent dans une proportion inaccessible de calcul les lois du hasard sans cela très certaines. »

GÉOMÉTRIE. — *Détermination du nombre maximum des points doubles, proprement dits, qu'il est permis d'attribuer arbitrairement à une surface algébrique, de degré m, dont la détermination est complétée par d'autres points simples donnés;* par M. DE JONQUIÈRES (1).

« I. Lorsqu'un point simple de la base d'un faisceau (n) de surfaces algébriques se trouve superposé à un point simple de la base d'un second faisceau (n') projectif au premier, ce point devient un *point double* sur la surface S_m, d'ordre $m = n + n'$, engendrée par les deux faisceaux. Si un point double fait partie des *données* qui déterminent S_m, il y tient lieu de *quatre* points simples (2).

» J'ai fait connaître, dans une précédente Communication (3), qu'une surface de degré m, déterminée par $D_m = \frac{m}{6}(m^2 + 6m + 11)$ points simples

(1) Dans ma *Communication* du 19 décembre (*Comptes rendus,* t. CV, p. 1204): A la ligne 6, *en remontant, au lieu de* « *nota* (1), *lisez : nota* (2) de la page 1203 ». Et page 1207, lignes 1, 2, 6 et 7, *au lieu de* « $n=19$, $n'=11$ », *lisez :* « $n=21$, $n'=9$ », ainsi qu'il est dit à la ligne 8, où cette faute n'a pas été commise dans la *copie.*

(2) Plus généralement, un point r^{uple} (ordinaire) *donné* tient lieu, pour la détermination de la surface de degré m à laquelle il doit appartenir, de $\frac{r(r+1)(r+2)}{6}$ points simples. Cela résulte immédiatement de ce que cette condition annule pareil nombre des premiers termes de l'équation de la surface rapportée à des axes ayant leur origine en ce point. On le conclut aussi, non moins simplement (et plus *géométriquement*), de ce qu'un cône de degré r, ayant son sommet en ce point, est déterminé par les $\frac{r(r+3)}{2}$ points qui déterminent sa base sur un plan sécant, et par son sommet qui est un point r^{uple} sur cette surface de degré r. Donc ce sommet équivaut, lui seul, à $\frac{r}{6}(r^2+6r+11) - \frac{r(r+1)}{2} = \frac{r(r+1)(r+2)}{6}$ points simples.

(3) *Comptes rendus,* t. CV, p. 1204 et suivantes.

donnés, *peut toujours,* quel que soit m, être engendrée (et même, en général, de plusieurs manières) à l'aide de deux faisceaux projectifs, dont la somme des degrés, n, n', soit égale à m, si $m \equiv 1, 2, 3 \pmod{4}$, ou à $m+1$, si $m \equiv 0 \pmod{4}$, sauf exclusion de ceux des systèmes (n, n') où l'un des nombres n ou n' est lui-même un multiple de 4, ou bien est de la même forme que m par rapport au module 4.

» II. Les mêmes raisonnements s'appliquent au cas où des points doubles font partie des données et conduisent au théorème suivant :

» Théorème. — *Toute surface algébrique* S_m^δ, *déterminée par* δ *points doubles* (étant supposé qu'il soit permis de prendre tous ces δ points doubles *arbitrairement*) *et par* $\frac{m}{6}(m^2+6m+11)-4\delta$ *autres points simples donnés, peut être engendrée, d'au moins une manière, à l'aide de deux faisceaux projectifs, d'ordres* n, n', *dont la somme des degrés* $n+n'$ *est égale à* m (*ou à* $m+1$, *si* m *est multiple de* 4), *quelques-unes des combinaisons* (n, n') *devant d'ailleurs être exclues comme* impropres, *si* n *ou* n' *y est multiple de* 4, *ou bien s'il est de la même forme que* m *par rapport au module* 4.

» Dans ce cas, le nombre des points *inconnus* qu'il est nécessaire d'introduire dans les bases des faisceaux générateurs est diminué du nombre δ des points doubles donnés et s'exprime, en conséquence [1], par la formule

$$\text{(A)} \qquad X = \frac{mn(m-n+4)-4n^2-2}{4} - \delta.$$

» III. Actuellement, si l'on demande que δ, au lieu d'être un nombre *donné*, soit *le plus grand nombre que comporte le système* (n, n') *adopté pour la génération de* S_m, il est clair que ce maximum serait atteint si l'on pouvait constituer les deux bases B_n, $B_{n'}$ de telle sorte qu'elles ne continssent que les points X (formule A) avec les points δ (en nombre encore non déterminé) qui doivent entrer dans chacune d'elles, afin que leur superposition y donne lieu à autant de points doubles dans la surface engendrée S_m.

---

[1] On a, en effet,

$$D_m - 4\delta - (B_n + B_{n'} - 2\delta - X) = 3X + 3;$$

d'où, en substituant à D_m, B_n, $B_{n'}$ leurs valeurs,

$$X = \frac{mn(m+n-4)-4n^2-2}{4} - \delta.$$

Or il est bien aisé de voir que cette condition s'exprime par la relation ([1])

$$(C) \quad \delta = B_n + B_{n'} - (X - \delta) = B_n + B_{n'} - \left[\frac{mn(m+n-4) - 4n^2 - 2}{4}\right].$$

» Si le terme négatif du second membre de l'équation (C) est égal à $B_n + B_{n'}$, la valeur que cette équation attribue à δ sera le maximum *relatif au système* (n, n'); s'il est moindre, il sera soit $<$, soit $=$, soit $>$ que $B_{n'}$ (n' étant supposé $< n$) : dans le premier cas, les deux bases recevront, outre les points δ, un certain nombre de points simples (α) pris parmi les points donnés et de points (x); dans le deuxième cas, $B_{n'}$ se composera exclusivement des points (δ) et l'on aura pour le maximum relatif $\delta = B_{n'}$, tandis que B_n contiendra, en outre de ces mêmes points (δ), tous les points X et un certain nombre de points (α); enfin, dans le troisième cas, on *rabaissera* le nombre donné par l'équation (C) à la valeur de $B_{n'}$, et l'on aura encore $\delta = B_{n'}$, tandis que B_n contiendra, comme dans le deuxième cas, ces mêmes points (δ), tous les points X et un certain nombre de points (α).

» Enfin, si le terme négatif dont il s'agit est plus grand que $B_n + B_{n'}$, comme δ ne peut être qu'un nombre positif, ce sera une preuve que le système (n, n') est *impropre* à la génération de S_m^δ, et qu'il faut recourir à l'emploi d'un autre système où n soit plus grand et n' moindre que dans celui-là.

» A partir de celui des systèmes consécutifs pour lequel le nombre donné par la formule (C) *commencera à être positif*, tous ceux qui le suivent dans l'ordre de décroissance de n' (sauf, bien entendu, ceux que la *forme* de n ou de n' oblige d'exclure) seront *propres* à une solution du problème et fourniront chacun leur maximum relatif.

» De la sorte, on obtiendra une suite de nombres (maxima relatifs) $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \ldots$ qui iront d'abord en croissant, puis en décroissant comme $B_{n'}$

([1]) On a, en effet, dans cette hypothèse où les points δ et les points X suffisent seuls à remplir les deux bases,

$$X + 2\delta = B_n + B_{n'};$$

d'où

$$2\delta = B_n + B_{n'} - \left[\frac{mn(m+n-4) - 4n^2 - 2}{4} - \delta\right]$$

et, par suite,

$$\delta = B_n + B_{n'} - \frac{mn(m+n-4) - 4n^2 - 2}{4}.$$

lui-même; car, à partir de ce moment, c'est sur la valeur de $B_{n'}$, et non plus sur celle donnée par la formule (C), que se règle la valeur qu'on doit adopter pour δ [1].

» En résumé, les calculs (qu'un peu de pratique abrège beaucoup, mais qu'il fallait mentionner tous dans une exposition didactique) seront arrêtés au premier des maxima relatifs qui, dans l'ordre naturel des opérations, se présentera avec une valeur égale à $B_{n'}$, ou plus grande que $B_{n'}$, mais qu'on devra réduire, dans ce dernier cas, à $B_{n'}$ même. Il ne restera plus, si l'on a dû faire usage d'un *plan adjoint* (ce qui est une nécessité lorsque m est multiple de 4), qu'à s'assurer si cette valeur de δ permet de constituer la base B_n de l'autre faisceau générateur en n'y faisant entrer que les points (δ), les points (X) et (s'il est nécessaire) un certain nombre des points simples *donnés* (α), *mais à l'exclusion absolue des points auxiliaires* (l) qu'a introduits dans la question l'adjonction du plan supplémentaire [2]. Si cette dernière condition ne se trouve pas remplie, on devra diminuer progressivement le nombre δ jusqu'à ce qu'elle soit satisfaite; si elle l'est, ou dès qu'elle le sera, on comparera cette valeur avec celle fournie par la formule (C) dans le système *propre* (n, n') qui précède *immédiatement* celui-là, et enfin l'on adoptera la plus grande de ces deux valeurs comme étant l'expression des *maximum maximorum*, que je désignerai par Δ_0 si $n+n'=m$ dans la série des systèmes (n, n') employée, et par Δ_1 si $n+n'=m+1$ dans cette série. Mais ce n'est point encore suffisant pour qu'on soit assuré d'avoir obtenu le *maximum absolu* qui est demandé. En effet, si l'on accroît le degré m d'une ou de deux unités (selon le cas), en adjoignant à S_m un plan ou une S_2 auxiliaire, il peut arriver (ainsi qu'on l'a vu pour les courbes planes) que le nouveau *maxi-*

---

[1] En effet, il est évident que dans un système (n, n') la valeur de δ peut être *au plus* égale à celle de $B_{n'}$. Donc, si la formule (C) donne pour δ un nombre plus grand que $B_{n'}$, soit égal à $B_{n'}+\alpha$, on devra le réduire à $\delta'=B_{n'}$. Comme conséquence, B_n se composera de $\delta'=B_{n'}+\alpha$ (points simples empruntés aux points donnés) $+X'(=X+\alpha)$ points inconnus. De la sorte, toutes les conditions seront remplies et l'on aura encore

$$D_m-\alpha-3=4(\delta-\alpha)+3(X+\alpha)=4\delta'+3X'=4+3X'.$$

[2] Cette condition restrictive, concernant l'exclusion des points auxiliaires des bases des faisceaux, n'est pas moins absolue dans la théorie des courbes planes, et je ne crois pas inutile de le répéter ici, dans la crainte que la rédaction de ma *Note* du 14 novembre y relative, n'y ait pas insisté avec assez de force ou de clarté (Voir *Comptes rendus*, p. 920).

mum maximorum obtenu, Δ_1 ou Δ_2, soit plus grand que Δ_0. En résumé, c'est le plus grand des *trois* nombres Δ_0, Δ_1, Δ_2, lorsque $m \equiv 1$, 2 ou 3 (module 4), ou des *deux* nombres Δ_1, Δ_2, lorsque $m \equiv 0$ (module 4), qui sera le maximum *absolu* cherché. Nous le désignerons par Δ.

» Telle est la marche élémentaire qu'il faut suivre pour résoudre le problème proposé. Elle est, comme on voit, tout à fait semblable à celle qui convient dans la recherche analogue concernant les courbes planes.

» IV. Avant d'aller plus loin, il importe d'établir que le maximum Δ, fourni par l'application de la méthode, est bien le maximum absolu cherché.

» En effet, supposons qu'il y en ait un autre Δ', plus élevé. Il y aurait donc une surface S'_m pouvant être dotée arbitrairement de Δ' points doubles, avec d'autres points simples, au nombre de $D_m - 4\Delta'$, complétant sa détermination. Si cela était, cette surface pourrait, en vertu du théorème ci-dessus (II), être engendrée par deux faisceaux (n), (n'), convenablement choisis, la somme $n + n'$ étant, selon le cas, égale soit à m, soit à $m+1$, soit enfin à $m+2$. Or on a déjà parcouru *toute l'échelle* des systèmes (n, n'), dans ces trois combinaisons, pour obtenir Δ, c'est-à-dire qu'on a déjà employé tous les systèmes possibles, ou *propres*, qui s'y trouvent. On y aurait donc forcément rencontré la solution Δ', *si elle existait*. Donc elle n'existe pas; l'hypothèse est inadmissible, et le vrai maximum est bien celui Δ qui résulte des opérations indiquées.

» V. Je dois enfin montrer comment il est possible de faire servir une surface du second ordre *adjointe*, pour engendrer une surface S_m déterminée par des conditions (points simples ou multiples) données en nombre suffisant. Cela revient à engendrer une surface de degré $m+2$, qui satisfasse aux mêmes conditions que S_m et qui, en outre, *se décompose* en la surface S_m et en une surface du second ordre, dont les éléments, arbitrairement choisis, viennent accroître le nombre de ceux qui sont donnés pour S_m, et dont on fera abstraction, une fois l'opération terminée. Pour cela, il suffit d'ajouter aux points simples donnés (α), dont le nombre (d'après les notations adoptées) est D_m, ou $(D_m - 4\mu)$ s'il y a μ points doubles donnés, un nombre L_2 de points simples (l), tel qu'on ait

$$L_2 = D_{m+2} - D_m = m^2 + 6m + 9 \quad (^1).$$

---

(1) Il s'ensuit que ce nombre excède d'une unité celui par lequel est déterminée la courbe d'intersection de deux surfaces d'ordres 2 et $m+2$, nombre qui est, par suite, $m^2 + 6m + 8$. Ce résultat, qui peut s'étendre *par le même raisonnement* à deux sur-

Mais il est bien entendu que, pas plus pour les surfaces que pour les courbes planes, *aucun de ces points arbitraires* (l) *ne doit entrer dans les bases des faisceaux générateurs*, leur unique fonction étant de concourir, avec ceux des points simples donnés (α) qu'on n'y a point employés et qui restent disponibles, à servir pour la détermination des points inconnus (x), dont le nombre est X, et pour établir la projectivité des deux faisceaux qui en réclame trois. Or un calcul facile prouve que l'*adjonction* de $m^2 + 6m + 9$ points auxiliaires pris à volonté (avec la seule condition qu'un seul d'entre eux ne soit pas situé sur la courbe gauche d'intersection de S_2 avec S_{m-2}) satisfait précisément à cette double détermination, c'est-à-dire que

$$D_m + (m^2 + 6m + 9) = 3X + 3.$$

» VI. Je vais, en terminant et pour mieux fixer les idées, appliquer la méthode à un cas individuel, et je suppose qu'on demande quel est le maximum absolu Δ du nombre des points doubles qu'il est permis d'attribuer arbitrairement à une surface du dix-septième degré.

» En tenant compte des règles données ci-dessus, les systèmes *propres* (n, n') sont ici :

» 1° Pour $n + n' = 17$,

$$(10,7), \quad (11,6), \quad (13,4), \quad \ldots,$$

et les valeurs correspondantes de δ (dont la deuxième et la troisième ont été réduites à celles de B_6) sont, respectivement,

$$\delta = 35, \quad 82, \quad 33, \quad \ldots;$$

donc $\Delta_0 = 82$.

» 2° Pour $n + n' = 17 + 1$ (il est fait usage ici d'un plan adjoint); les systèmes propres sont

$$(9,9), \quad (11,7), \quad (13,5), \quad \ldots,$$

les valeurs de δ (dont la première doit être écartée comme *négative*), sont respectivement

$$\delta = -9, \quad 57, \quad 54, \quad \ldots;$$

donc $\Delta_1 = 57$.

---

faces d'ordres m et m', s'accorde avec celui que Jacobi a déduit d'autres considérations dans le *Journal de Crelle*, t. 15, p. 299.

» 3° Enfin, pour $n + n' = 17 + 2$ (il est fait usage ici d'une S_2 adjointe), les systèmes propres sont

$$(10,9), \quad (13,6), \quad (14,5), \quad \ldots,$$

les valeurs de δ (dont la première doit être écartée comme étant négative) sont, respectivement,

$$\delta = -15, \quad 82, \quad 54, \quad \ldots,$$

d'où $\Delta_2 = 82$, égale à Δ_0 et plus grande que Δ_1. Donc enfin le maximum absolu demandé pour S_{17} est $\Delta = 82$.

» Soit, en second lieu, proposé de trouver le maximum Δ pour la surface du quatrième ordre. A cause que 4 est multiple de 4, il faut admettre immédiatement un plan adjoint. On a, pour $n + n' = 4 + 1$, le système unique $(3, 2)$, pour lequel la formule (C) donne $\delta = 13$, qu'il faut d'abord réduire à $B_2 = 8$. On aurait ainsi la solution

$$S_{4+1} \equiv \begin{cases} B_3 \equiv [8(\delta) + 5(\alpha) + 5(x)] = 18, \\ B_2 \equiv [8(\delta)] = 8, \end{cases}$$

et

$$D_5 = 55 - 4.8 = 23,$$

d'où

$$S = 23 - 5 = 18 = 3 + 3.5 = 3 + 3X,$$

mais cette solution est illusoire; car les données de S^4 sont huit points doubles (équivalant à trente-deux points simples) et deux autres points simples (α). Donc, en complétant avec cinq points simples la base B_3 on y a introduit, en outre de ces deux points (α), trois points *auxiliaires*, ce qui est interdit; mais, si l'on réduit δ d'une unité, c'est-à-dire si l'on prend $\delta = 7$, on a

$$S_{4+1} \equiv \begin{cases} B_3 \equiv [7(\delta) + 6(x) + 5(\alpha)] = 18, \\ B_2 \equiv [7(\delta) \qquad\qquad + 1(\alpha)] = 8, \end{cases}$$

et comme on peut alors disposer de six points simples (α) *donnés*, puisque $34 - 4.7 = 6$, la solution est correcte, et $\Delta = 7$. Quant à l'emploi de S_2 adjointe, il est *impropre* dans ce cas. Donc enfin $\Delta = 7$, ainsi qu'on le conclut immédiatement de considérations géométriques directes. Il n'y a, en effet, que la surface du quatrième ordre *composée* de l'ensemble des deux surfaces du second ordre (dont chacune est déterminée par les huit points donnés pour être doubles et par l'un des deux points simples, respective-

ment) qui soit déterminée par huit points doubles *donnés* et deux points simples. Mais alors cette surface (décomposable et non propre) possède une infinité de points doubles, savoir tous les points de la courbe gauche, intersection des deux S_2 que les huit points déterminent et qui est une *courbe double* de cette S_4, égale à $S_2 + S'_2$.

» Etc., etc. »

CHRONOMÉTRIE. — *Sur une objection faite à l'emploi d'amortisseurs électromagnétiques dans les appareils de synchronisation.* Note de M. A. CORNU.

« M. Wolf considère les amortisseurs électromagnétiques comme une « complication » et leur reproche la possibilité d'amener l'arrêt de toutes les horloges d'un service de distribution de l'heure, au cas où le courant synchronisant viendrait à cesser ([1]). Je répondrai à ces critiques en établissant les trois résultats suivants :

» 1° L'amortisseur électromagnétique, au réglage normal, n'arrête pas nécessairement l'horloge synchronisée.

([1]) *Comptes rendus,* t. CV, p. 1212. — M. Wolf me reproche aussi de n'avoir pas tenu compte de la théorie de M. Everett, à laquelle il paraît attacher une importance spéciale, car il y croit trouver la vérification de ses idées sur la synchronisation.

Cette théorie ne peut m'être opposée, attendu qu'elle fait abstraction de l'amortissement dont j'ai démontré le rôle essentiel (t. CIV, p. 1464). Le théorème qu'invoque M. Wolf : « les maxima de la force extérieure (force synchronisatrice) doivent coïncider avec les maxima du déplacement du pendule », n'apporte nullement la confirmation que M. Wolf affirme y trouver. En effet, la démonstration de ce théorème suppose essentiellement que la force extérieure agit sur le corps oscillant : 1° pendant toute la durée de sa course; 2° suivant une loi pendulaire. Ni l'une ni l'autre de ces deux conditions n'est remplie dans l'appareil Foucault-Vérité : la force y est discontinue et elle agit suivant une loi très complexe. Voici en effet les conditions du problème qu'a traité M. Everett :

« Let there be a body whose free vibrations are simple-harmonic, the acceleration for a displacement s being $\mu_1 s$, and the period being therefore $2\pi : \sqrt{\mu_1}$. If this body be acted on by an external force which is a simple harmonic function of the time, and which urges the body along the same path which it would take if vibrating freely.... » (*Philosophical Magazine* for february 1883.)

En résumé, la formule de stabilité que M. Wolf avait « posée » (t. CV, p. 1212) n'est pas démontrée; au contraire, j'ai *démontré* (t. CIV, p. 1464) qu'il n'y a pas de synchronisation possible sans amortissement.

» 2° Dans tous les cas, on peut empêcher cet arrêt sans complication ni dépense.

» 3° Dans un service public de distribution de l'heure, non seulement on ne doit pas empêcher cet arrêt, mais il faut s'efforcer de le produire lorsque la synchronisation cesse de fonctionner.

» 1° *Expériences prouvant que l'amortisseur ne produit pas nécessairement l'arrêt.* — L'amortissement additionnel, nécessaire pour produire avec sécurité la synchronisation d'une horloge, quoique très grand par rapport à l'amortissement naturel du balancier *entièrement libre*, est, en fait, assez faible comme valeur absolue; il est comparable, comme ordre de grandeur, à celui qui résulte des résistances passives développées dans les rouages et que le poids moteur est chargé de compenser. On en a la preuve, en même temps que la mesure numérique, au moyen du balancier lui-même, en observant les deux valeurs différentes vers lesquelles converge l'amplitude suivant qu'on supprime ou qu'on établit l'amortissement électromagnétique (*voir* le dispositif, t. CV, p. 1110) : dans le premier cas, on obtient l'amplitude normale du balancier (celle qui résulte de l'équilibre entre le travail du poids moteur et celui des résistances passives ordinaires), amplitude dont la grandeur, pour la plupart des horloges, dépasse de beaucoup celle qui permet strictement l'échappement; dans le second cas, on obtient une amplitude réduite (à cause du travail dépensé par l'amortisseur), mais qui, généralement, reste encore supérieure à la limite nécessaire au fonctionnement du balancier.

» Comme vérifications décisives sur ce point, je citerai les expériences que je fais journellement à l'École Polytechnique avec l'horloge Borrel, qui me sert depuis deux ans à ces études : cette horloge, actuellement réglée sur le temps sidéral (par l'addition d'une masse de 185^{gr} au milieu de la tige du balancier), est synchronisée par une bonne horloge réglée sur le temps moyen; elle a donc environ quatre minutes d'avance diurne : c'est à peu près vingt fois la quantité à corriger dans une distribution d'heure, par conséquent le coefficient d'amortissement est vingt fois plus grand que celui dont on pourrait se contenter dans ce service. Malgré cette énorme exagération de l'amortissement, *la rupture du courant synchronisant ne cause aucun arrêt* : l'amplitude du balancier, dont la valeur limite est $\pm 1°,2$ pendant la synchronisation (1), retourne progressive-

(1) Elle pourrait être diminuée notablement par l'emploi d'un courant plus faible.

ment, suivant une exponentielle du temps, à la valeur normale $\pm 0°,9$ que lui imprime le poids moteur seul.

» La même expérience réussit également lorsqu'on change en retard l'avance du balancier : il suffit pour cela d'enlever la masse additionnelle, et l'on obtient les effets correspondants avec un retard diurne d'une minute et demie.

» L'horloge n'a rien de particulier : c'est une horloge à secondes de qualité ordinaire; le balancier, à tige de sapin, pèse 6^{kg}; l'échappement est *à chevilles* pour permettre, au besoin, les grandes amplitudes; l'amplitude de strict échappement est $\pm 0°,7$.

» 2° *Moyen d'empêcher l'arrêt dans tous les cas.* — Dans le cas des horloges de haute précision où l'échappement est disposé de manière à réduire au minimum l'amplitude du balancier et la grandeur du poids moteur, l'addition d'un amortissement artificiel pourrait faire craindre l'arrêt, à la rupture du courant synchronisant; toutefois, il ne faudrait pas se laisser effrayer par le seul nom d'*amortisseur* (1) qui a paru éveiller dans certains esprits l'idée d'une puissance irrésistible. Si le balancier est capable de fonctionner avec une petite amplitude, c'est que l'horloge est bien construite et très précise; alors la marche diurne à compenser est faible et l'amortissement additionnel, nécessaire à la synchronisation, peut être réduit à une valeur comparable à celle de l'amortissement du balancier libre. On conçoit donc que, même dans les horloges de haute précision, comme celles des observatoires, l'addition d'un amortisseur n'entraîne pas nécessairement l'arrêt du balancier.

» Mais si, par précaution, l'on voulait accroître l'amortissement (ce qui accroît du même coup la sécurité de la liaison synchronique) et néanmoins éviter toute chance d'arrêt lors de la rupture du courant synchronisant, le moyen serait bien simple : il suffirait, afin de compenser l'effet de l'amortisseur, d'augmenter le poids moteur jusqu'à ramener l'amplitude à sa valeur normale. Pendant la synchronisation, il est vrai, l'amplitude deviendrait un peu plus grande que dans la marche normale de l'horloge; mais cette augmentation, qu'on maintient aisément dans les limites compatibles avec les échappements les plus délicats, n'a aucun inconvénient dans un

---

(1) Ce mot, que j'emprunte au langage des électriciens, est d'ailleurs assez impropre : il est regrettable que nous n'ayons pas en français l'équivalent du mot anglais *damper* ou du mot allemand *Dämpfer*.

appareil correctement synchronisé : l'invariabilité de l'amplitude, absolument nécessaire lorsque le balancier est lui-même le régulateur de l'horloge, n'est plus de rigueur lorsque le balancier est sous la dépendance d'une force directrice étrangère (¹).

» On trouverait bien d'autres dispositifs permettant aussi d'empêcher l'arrêt : j'ai signalé l'un d'eux précédemment (p. 1209); mais je veux d'autant moins m'arrêter à les décrire que je suis d'avis de les rejeter tous, y compris le moyen si simple que je viens d'exposer. Voici pour quelles raisons.

» 3° *Nécessité de l'arrêt des horloges synchronisées en cas de rupture de la liaison synchronique.* — Étant donné qu'un *service public* de distribution d'heure est fondé sur un système de synchronisation de *haute précision*, le but à remplir est de fournir l'heure avec toute la précision dont le système est susceptible : autrement mieux vaudrait adopter un simple système de *remise à l'heure*, plus rustique et moins coûteux.

» Les gens spéciaux auxquels s'adresse ce service de précision, à savoir : les marins, les observateurs, physiciens ou astronomes, particulièrement les horlogers, peuvent alors venir demander aux horloges synchronisées le contrôle des instruments déjà très parfaits qu'ils possèdent, en vue d'améliorer leurs observations ou de perfectionner leur outillage; mais, s'ils n'ont pas une confiance absolue dans les horloges du service, s'ils ne sont pas assurés d'y rencontrer une précision égale, sinon supérieure, à celle de leurs instruments, ils ne prendront pas la peine de les consulter.

» Voici donc un service de précision établi. Imaginons que la synchronisation cesse par rupture d'un circuit ou par toute autre cause : les horloges à balancier sans amortisseur continueront, par hypothèse, à donner leurs indications sans qu'aucun signe extérieur trahisse l'accident; et, comme leur marche diurne est considérable (²), l'écart devient rapidement

---

(¹) Avec les systèmes de synchronisation sans amortisseurs qui ne fonctionnent qu'entre d'étroites limites de marche diurne, une petite variation d'amplitude devient très grave, parce qu'elle change cette marche et compromet les conditions si précaires de la synchronisation. Avec l'emploi de l'amortissement, où le réglage peut être rendu indépendant des variations de la marche diurne (t. CV, p. 1211), l'influence d'une petite variation d'amplitude devient tout à fait secondaire. L'objection que me fait M. Wolf et l'opinion qu'il prête à ce sujet aux horlogers (p. 1212) n'ont donc ici aucune valeur.

(²) On la maintient entre 16^s et 20^s d'avance diurne avec le système Foucault-Vérité dans le service de la ville de Paris pour le meilleur fonctionnement des appareils.

inadmissible; l'observateur non prévenu recueille donc une indication fausse qui peut avoir pour lui des conséquences très fâcheuses. Ne vaudrait-il pas mieux qu'il trouvât l'horloge arrêtée? Le petit désappointement qu'il éprouverait à manquer sa comparaison habituelle serait évidemment compensé par une certaine satisfaction : celle d'avoir la preuve que les horloges du service deviennent muettes plutôt que de le tromper.

» L'avantage des systèmes empêchant l'arrêt des horloges apparaît donc déjà comme bien contestable; mais ce n'est pas tout. Voilà les horloges livrées à elles-mêmes pendant plusieurs heures ; car il faut chercher la cause de l'accident, la trouver et, finalement, rétablir le courant synchronisant. Qu'arrivera-t-il alors? L'action régulatrice ne tombant plus au bon moment ne reproduira pas le synchronisme ; le réglage, d'ailleurs, étant assez délicat, n'a aucune chance de se rétablir de lui-même : il ne faut même pas souhaiter qu'il se rétablisse, car il perpétuerait une erreur constante, à savoir l'avance considérable gagnée pendant l'interruption. Les horloges vont donc continuer à errer indéfiniment, ou plutôt, ce qui est presque fatal (l'action synchronisante finissant par agir à contretemps), elles s'arrêteront les unes après les autres : on aboutit au « désastre » qu'on se flattait d'éviter! Ainsi, avec les systèmes sans amortissement qu'on déclarait si avantageux en cas de rupture de courant (t. CV, p. 1158), on a tous les inconvénients possibles : l'erreur progressive, l'erreur constante et l'arrêt final !

» Au contraire, le système fondé sur l'emploi d'amortisseurs, réglés de manière à produire l'arrêt dès que la synchronisation cesse, offre l'avantage de couper court à toute indication erronée, ce qui est la condition *sine qua non* d'un service de précision. Le « vice capital » du système me paraît donc devoir être rangé parmi les avantages essentiels, avantages que je crois devoir rappeler en terminant :

» *Avantages essentiels du système de synchronisation avec amortisseurs électromagnétiques.* — En voici l'énumération succincte :

» 1° Synchronisation sensiblement indépendante du signe et de la grandeur de la marche diurne relative ou tout au moins de sa variation, lorsque le coefficient d'amortissement α est suffisamment grand (analytiquement, αT grand relativement à $2\pi\frac{\Theta-T}{\Theta}$, *voir* formules (13), t. CIV, p. 1661, et t. CV, p. 1211). Cela permet d'utiliser des appareils de médiocre précision.

» 2° Faiblesse des courants nécessaires au fonctionnement.

» 3° Possibilité de vérifier à chaque instant la stabilité de la synchro-

nisation par l'observation de l'amplitude et de la phase du balancier (ces deux éléments ne peuvent rien indiquer sous ce rapport dans le système sans amortissement parce qu'on a cherché, dans ce système, à les rendre invariables par construction).

» 4° Variété des moyens utilisables pour établir ou modifier le réglage, même pendant la marche de l'appareil.

» 5° Mise en marche à peu près automatique, lorsque la synchronisation commence.

» 6° Arrêt automatique, lorsque la synchronisation cesse.

» Il n'est peut-être pas inutile de répéter encore une fois le théorème que j'ai démontré au début de ces recherches (t. CIV, p. 1464) : *il n'y a pas de synchronisation possible sans amortissement, naturel ou artificiel.* »

Réponse de M. C. Wolf *à la Note de M.* Cornu.

« Notre Confrère M. Cornu affirme et prouve par l'expérience que le balancier d'une horloge synchronisée par son procédé ne s'arrête pas sous l'influence de l'amortisseur, lorsque le courant cesse de passer, parce que l'oscillation, reprenant son amplitude normale, n'amène plus l'aimant à proximité des bobines. Je n'aurais jamais osé supposer, je l'avoue, que son système eût pour effet de donner à l'oscillation du balancier une amplitude double de celle de son oscillation normale; j'avais seulement cru qu'il pouvait altérer cette amplitude par suite des variations du courant, et cela me semblait déjà une objection grave contre l'application de ce système aux horloges de précision. Nous apprenons aujourd'hui qu'à l'état synchronisé l'oscillation est au moins double de ce qu'elle est à l'état normal. Je laisse aux horlogers le soin de juger s'ils doivent permettre l'application d'un tel appareil à leurs horloges.

» M. Cornu va plus loin et énonce l'opinion que, dans le cas où l'influence synchronisatrice vient à cesser, le mieux est que toutes les pendules s'arrêtent d'elles-mêmes : c'est pousser un peu loin l'amour du paradoxe. Quelle serait l'impression du public qui verrait un jour toutes les horloges arrêtées? N'est-il pas évident que, pour le service d'une ville, il y a tout intérêt à ne pas mettre le public dans la confidence des défaillances du système? D'autant plus que, si les conditions d'un bon réglage sont observées, les horloges, ne s'arrêtant pas, auront à peine le temps d'avancer d'une ou deux secondes, avant que le contrôle établi au poste

central ait averti du dérangement survenu et qu'on ait pu y porter remède. Le public ne s'apercevra de rien; les horlogers eux-mêmes, qui ne comparent leurs chronomètres que tous les huit jours en général, remarqueront à peine le désordre passager. Dans un observatoire, il est bien plus important encore que les pendules ne s'arrêtent pas au milieu d'une série d'observations; les étoiles horaires suffiront à donner la nouvelle marche de chaque pendule nécessaire à la réduction des observations. D'ailleurs ici les appareils eux-mêmes avertissent de l'interruption du courant et l'on peut immédiatement y porter remède.

» Enfin notre Confrère signale le danger d'arrêt des pendules, lorsque, après avoir cessé de passer pendant quelque temps, le courant viendrait de nouveau animer les bobines à un moment où le balancier ne serait plus en accord avec le rythme de la synchronisation. Ce danger est commun à tous les systèmes; il est maximum dans ceux où l'action se produit à la plus grande distance, c'est-à-dire précisément dans le système de M. Cornu. La chance de le voir se produire est très faible dans le système de Vérité, où l'action ne se fait sentir que tout à fait au voisinage de l'électro-aimant et pendant un temps fort court. Aussi n'ai-je jamais fait construire un appareil de sûreté que j'avais combiné pour empêcher le courant de renaître après qu'il aurait cessé de passer pendant un certain temps. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Remarques sur la Lettre du P.* Dechrevens, *au sujet de la reproduction des tourbillons* [1]; par M. **H. Faye**.

« Depuis quelque temps, nous recevons de divers pays des Communications sur les tourbillons artificiels. Il en vient de France, d'Italie, de Berlin, de Genève, et même de Chine. Les partisans des idées courantes sur les tornados, les typhons et les cyclones s'attachent à produire des trombes artificielles, afin de montrer qu'en dépit de mes arguments les trombes naturelles, les cyclones eux-mêmes sont bien ascendants.

» On se rappelle l'effet produit par l'expérience de M. Colladon. Notre illustre Correspondant désirait justifier aux yeux mêmes de l'Académie la vieille conviction des météorologistes. Son appareil a été placé sur cette

---

[1] A la page 1286 du tome CV, le P. Dechrevens dit que mon objection est *obvie*, c'est-à-dire *évidente*, et non pas *obviée*.

table et l'expérience a été faite. Vous avez vu se produire, en effet, une sorte de trombe ascendante : seulement la trombe avait la tête en bas et le pied en haut.

» A la vérité, en tournant plus vite la manivelle, on a vu naître, au-dessus du petit ventilateur, une seconde trombe. Celle-là avait bien la tête et le pied convenablement placés : seulement elle était descendante, comme les trombes et cyclones de ma théorie.

» M. Dechrevens, directeur de l'observatoire de Zi-Ka-Wei, en Chine, et partisan déclaré des typhons ascendants, entreprend d'expliquer cette espèce d'échec et d'y remédier. D'après lui, M. Colladon aurait eu tort d'opérer dans un vase à fond creux. Lui, il a fait l'expérience dans un vase à fond plat, et il a cru saisir, pendant un moment fugitif, quelque chose de plus semblable à une trombe que celle de M. Colladon. Mais l'essence même des girations naturelles est une grande stabilité de forme qui dure des heures entières dans les petites trombes, des jours entiers dans les petits typhons, des semaines entières dans les cyclones. D'ailleurs les mouvements d'une masse liquide, confinée dans un vase, dépendent de la réaction des parois verticales le long desquelles l'eau, chassée horizontalement par le ventilateur, descend jusqu'au fond pour remonter de là vers l'axe d'aspiration. D'après cela, que le fond soit creux ou plat, le même effet, dans ce qu'il y a d'essentiel et de durable, se reproduira toujours. C'est ce qu'ont montré les expériences de M. Boillot, qui a opéré justement dans un vase cylindrique à fond plat, et celles de Xavier de Maistre, dont parle M. Ricco dans une Lettre que je présenterai tout à l'heure à l'Académie (1).

» Le P. Dechrevens aborde dans sa Note un second point sur lequel je demande la permission d'insister plus longuement.

» On n'a jamais vu, aux États-Unis (2), de tornado débuter au ras du sol, s'élever ensuite dans l'atmosphère comme une colonne nébuleuse, et pénétrer enfin, en s'élargissant, jusqu'au sein des nues. C'est là pourtant ce que devrait faire tout tornado d'après la théorie régnante.

» En revanche, on les a vus cent fois se former en haut, au sein des nues, débuter par une espèce de téton faisant saillie en dessous, puis de sac conique fermé et pendant la pointe en bas, tout en marchant déjà sur

(1) Voir plus loin, p. 83.

(2) Je parle des États-Unis, parce que ces phénomènes y ont été étudiés en grand et d'une manière complète.

la future trajectoire du tornado devenu complet. Ce sac s'allonge vers le bas comme une trompe d'éléphant ; mais, tant qu'il ne touche pas le sol par sa pointe, il ne commet aucun dégât. Les destructions commencent dès qu'il touche le sol ([1]).

» Déjà l'on peut remarquer que cette succession constante de phénomènes est d'accord avec ma théorie. Ce que cette théorie indique arrive *toujours*, ce que la théorie des météorologistes suppose n'arrive *jamais*.

» Il y a plus; quand on suit un tornado sur sa longue trajectoire, on s'aperçoit que cette trajectoire présente parfois des lacunes de plusieurs *miles* d'étendue. Ici le tornado a cessé d'agir sur le sol; plus loin il a repris son œuvre de destruction. En consultant les témoins du phénomène, on apprend que pendant ce laps de temps le tornado a cessé de toucher terre : il se mouvait la pointe en bas, au-dessus du sol.

» Les maîtres de la Science, aux États-Unis, remplis d'une ferme confiance dans leurs théories, ne pouvaient admettre de tels faits. Ces observations devaient être incomplètes, car les tornados étant ascendants et s'élevant du sol lui même, ils devaient toujours laisser sur le sol des traces de leur passage. S'ils paraissaient se détacher du sol, ce ne pouvait être là qu'une illusion due à ce que leur partie inférieure, faute de vapeur d'eau condensée, devenait transparente; mais l'énergie rotatoire et ascensionnelle ne saurait disparaître sans mettre fin au phénomène, et, par suite, le tornado devait travailler là comme ailleurs. Ils ont donc invité les observateurs du *Signal Corps* à bien examiner si, quand un tornado marche la pointe au-dessus du sol, il ne se trouve pas au-dessous de cette pointe, sur le sol lui-même, des indices montrant que le tornado n'en existait pas moins, à partir du sol, à l'état de colonne transparente, et par suite invisible. Ces observateurs, fidèles à la consigne, n'ont pas manqué d'obtempérer à ces instructions. Chaque fois qu'ils ont rencontré des cas pareils, ils ont cherché avec le plus grand soin les traces de l'action que le tornado aurait dû exercer d'après les théoriciens. Ils n'ont rien trouvé,

---

([1]) Les trombes présentent des phases inverses quand elles remontent vers les nues. Ainsi, celle de Genève, dont on a parlé dernièrement à l'Académie, et qui, dans son plein, travaillait sur le lac avec l'énergie de plusieurs roues de bateau à vapeur, s'est relevée un peu plus loin, *comme un serpent qui retire sa queue,* en arrivant aux vignes du rivage et n'y a pas produit le moindre dégât. Ne pas confondre ces phénomènes avec celui des trombes en partie transparentes, dont le tube est simplement interrompu un moment sur toute sa largeur, et qui sont en pleine action sur le sol ou sur l'eau. J'en ai donné l'explication dans ma Notice de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1875, p. 496.

pas même, dit franchement M. Finley, *the slightest evidence of its destructive energy*. Cela n'a rien changé aux convictions susdites.

» Car que peuvent les faits, même les plus palpables, quand ils contrarient un préjugé bien enraciné? En voici un second exemple : c'est la contradiction qui existe entre l'idée des trombes nées sur place, en bas, s'élevant de là vers le ciel, et le fait de leur mouvement rapide de translation. Ces théoriciens qui s'efforcent de reproduire des trombes dans un bocal semblent ne pas se douter que le mouvement de translation leur est aussi essentiel que le tourbillonnement. Vous dites que les tornados naissent au sein du calme, dans les basses couches de l'air, grâce à un excès local de température qui se transmet d'un sol surchauffé à l'air qui le recouvre; vous affirmez que l'air, tendant à s'élever, forme là une colonne ascendante qui s'alimente en bas par une sorte de tirage. Mais, s'il en était ainsi, cette colonne ne bougerait pas. Il n'y a aucune raison pour qu'elle se déplace d'un côté plutôt que de l'autre. Et pourtant tous les tornados marchent à grande vitesse. Vous auriez grand'peine à les suivre au galop de votre cheval. Ils marchent ainsi au sein d'une atmosphère calme, à peu près vers le nord-est (aux États-Unis), ou même contre le vent s'il règne en bas un souffle d'air. Ils ne se mettent pas en marche peu à peu; mais, dès qu'on les voit pendiller des nues, ils ont, du premier coup, toute leur vitesse; ils prennent sans hésitation, du premier coup, leur direction, et le travail gigantesque qu'ils accomplissent ensuite sur le sol ne modifie en rien leur allure ou leur aspect.

» Comment voulez-vous qu'une colonne d'air chaud s'élevant comme la fumée d'une cheminée présente des caractères pareils? Évidemment, les savants qui ont imaginé cette hypothèse n'ont pas songé au mouvement de translation rapide et régulier dont toutes les trombes, tous les tornados, tous les typhons, tous les cyclones sont animés. Ce qu'il y a de plus curieux, c'est qu'aujourd'hui leurs successeurs ne paraissent pas se douter que, si leurs efforts sont vains pour expliquer ce mouvement de translation, c'est que l'hypothèse elle-même implique l'immobilité.

» Il n'y a pas un mot dans cette théorie qui ne soit contredit par les faits. Le tourbillonnement? mais comment une giration s'établirait-elle dans des airs appelés de si près vers un centre de raréfaction? Aussi, les premiers météorologistes soutenaient-ils que les trombes, les cyclones ne tournent pas. Et notez qu'il s'agit ici de girations rapides, assez violentes pour détruire des maisons en quelques secondes ou pour casser net des arbres de 2^{m} de tour. Des colonnes d'air ascendantes, à forme légèrement

conique, la pointe en bas? mais cela est matériellement impossible. Il faudrait, pour que l'air, qui tend à monter sur place et qui est en même temps appelé vers un centre d'aspiration, présentât cet aspect, qu'il fût maintenu par une vaste planche placée un peu au-dessus du sol et forcé de passer par un trou unique percé dans cette planche.

» Cela n'empêche pas le P. Dechrevens de dire à l'Académie que les actions exercées par les tornados s'expliquent facilement par des girations ascendantes. Il ajoute que, si les tornados paraissent descendre la pointe en bas, c'est que l'humidité renfermée dans la colonne ascendante n'est pas en état de saturer l'air et d'y produire une nébulosité visible. De même on cesse de la voir en bas, bien qu'elle existe toujours, lorsqu'elle aura, pour ainsi parler, vidé de sa vapeur l'air ambiant (*Comptes rendus*, p. 1289) : elle paraîtra alors remonter vers les nues, la pointe toujours en bas. « La for-
» mation de nouvelles vapeurs ou le seul déplacement de la trombe suffira
» à lui redonner une apparence de vie, et la pointe paraîtra redescendre
» vers le sol ou la mer. »

» A cela il faut répondre que les observations ont prononcé sur le premier point : quand un tornado se forme dans les nues et descend des nues, on ne trouve jamais sur le sol le moindre indice que le tornado existait antérieurement tout formé sur le sol. Quant au second point, il faut bien dire que les trombes ne pompent pas de préférence l'humidité contenue dans l'air : elles ne parviendraient pas ainsi à dessécher l'air inférieur, à le *vider* de sa vapeur d'eau.

» Personne n'apprécie mieux que moi les travaux de l'observatoire de Zi-Ka-Wei et les mérites de son directeur. Je le connais depuis longtemps par une observation du plus haut intérêt. Vers l'époque où il prit la direction de cet observatoire, une famine effroyable sévissait dans une partie de la Chine. Une longue sécheresse avait supprimé toutes les récoltes de riz, aliment unique de ces populations. Les Chinois mouraient littéralement de faim par centaines de milliers. Le désastre, en se prolongeant, avait pris des proportions épouvantables. Enfin les pluies fécondantes revinrent, et le P. Dechrevens nous fit remarquer que cette heureuse période avait été inaugurée par l'arrivée d'un typhon. Les typhons avaient manqué jusque-là. Par d'autres données analogues, je pensai qu'il y avait là autre chose qu'une coïncidence fortuite. Les courants supérieurs qui charrient les cirrus et où naissent les cyclones peuvent donc manquer au-dessus d'une région déterminée et abonder au contraire un peu plus loin; puis, au bout d'un temps plus ou moins long, reprendre leur cours habituel. Les sécheresses

prolongées et les désastres qui en sont la suite dans certains pays ne tiennent donc pas seulement à des circonstances locales, mais aussi aux causes lointaines qui déplacent les courants supérieurs, causes dont les fluctuations à longue période mériteraient d'être étudiées. C'est qu'en effet les averses fécondes qui accompagnent les cyclones ou les typhons sont produites par les cirrus que les girations descendantes entraînent dans les couches inférieures chargées d'humidité. Ni les averses ni les orages ne se formeraient dans ces cyclones sans l'appoint des cirrus. Malheureusement pour moi, M. Dechrevens, qui avait d'abord manifesté quelque tendance vers mes idées, ne tarda pas à suivre le grand courant météorologique. Je cessai d'être informé de travaux que j'aurais été obligé de combattre, et d'espérer la solution des grands problèmes que lui-même m'avait fait entrevoir.

» C'est qu'il existe en Orient, aux Indes, en Chine et aux îles de l'hémisphère austral, une école météorologique où l'on a abandonné l'ancienne ligne de Piddington pour se laisser prendre au préjugé des tempêtes d'aspiration centripète.

» On est allé dans cette voie plus loin que dans nos pays occidentaux, témoins les fameux diagrammes des tempêtes australes dus à M. Meldrum. Quand on ne dispose que des documents nécessairement incomplets que les marins recueillent en mer au milieu des périls de toute sorte, il faudrait avant tout avoir l'esprit libre, au lieu de proclamer qu'il faut avant tout avoir présent à l'esprit que les tempêtes sont d'aspiration centripète. Ce n'est pas ainsi que Piddington opérait dans les mêmes parages. S'il a fondé, avec les observations des marins dans la mer des Indes, la théorie cyclonique à laquelle les explorateurs des tempêtes sur l'Atlantique, Reid et Redfield, arrivaient de leur côté, on ne peut dire qu'il ait plié les faits à une idée préconçue.

» Il en est autrement de ses successeurs en Orient. Si les directeurs des observatoires de Calcutta, de Maurice, de Zi-Ka-Wei, etc., ont accusé les règles approximatives, tirées de l'observation seule, d'être en erreur de 2, 3, 4, 5 quarts, c'est-à-dire de 22°, 34°, 49° et même 56°, s'ils ont assigné aux tempêtes orientales des configurations que les météorologistes de l'Occident eux-mêmes n'ont pas voulu admettre, c'est que ces savants orientaux ont voulu plier à toute force les observations à leur théorie.

» Aujourd'hui le P. Dechrevens en veut faire autant aux expériences qui persistent à ne pas donner de trombes ascendantes. Si la logique dominait

les esprits, il ne resterait plus à ces savants qu'à défendre aux trombes et aux tempêtes de marcher, puisque leur théorie les suppose immobiles. »

COSMOLOGIE. — *Météorite tombée le* 22 *septembre* 1887 *à Phû-Long, Binh-Chanh* (*Cochinchine*). Note de M. **Daubrée.**

« Comme complément à la Communication de M. Delauney, présentée à l'Académie des Sciences dans la séance du 19 décembre dernier, au moment même où elle venait de me parvenir, je crois devoir ajouter que la météorite de Phù-Long consiste en une roche d'un des types les plus fréquents.

» C'est une sporadosidère-oligosidère fort analogue à beaucoup de météorites, notamment à celles de Tabor (Bohême), 3 juillet 1753, Weston (Connecticut), 14 décembre 1807; Limerick (Irlande), 10 septembre 1813; Ohaba (Transylvanie), 10 octobre 1817. Comme dans tout ce groupe, on y remarque beaucoup de globules ou chondres à structure fibreuse et radiée, ayant les caractères de l'enstatite, sur lesquelles se moulent souvent des granules de fer nickelé. »

M. **Faye**, en présentant à l'Académie, au nom du Bureau des Longitudes, l'*Annuaire pour* 1888, la *Connaissance des Temps* et l'*Extrait de la Connaissance des Temps pour* 1889, s'exprime ainsi :

« La publication de l'*Annuaire* a été un peu retardée par les mesures que le Bureau a dû prendre pour en améliorer la rédaction et la rendre plus utile au public.

» L'étendue croissante des matières et des tableaux numériques de ce Recueil exigeait une variété de compétences difficile à rencontrer chez un seul rédacteur. Le Bureau a confié à une Commission, composée de MM. Janssen, amiral Cloué et Cornu, le soin de refondre ces tableaux et d'établir une sorte de roulement entre les matières qui peuvent ne pas être reproduites chaque année, de manière à obtenir de la place pour de nouveaux documents, sans augmenter indéfiniment le format. M. Lœwy reste naturellement chargé de la partie astronomique.

» On verra que, par les modifications adoptées, on est parvenu à donner place, dans le volume actuel, à des matières nouvelles sans avoir rien sacrifié de vraiment utile.

» Les Notices scientifiques comprennent cette année un article sur l'*Age des étoiles*, de M. Janssen. On sait le succès que cette Notice, écrite primitivement pour l'*Annuaire*, a obtenu à la séance publique des cinq Académies, dans laquelle M. Janssen en a donné lecture.

» Dans une seconde Notice, M. l'amiral Mouchez rend compte de la suite donnée à la grande entreprise internationale de Photographie céleste dont il a pris l'initiative.

» Enfin M. d'Abbadie raconte son expédition récente en Orient pour la détermination des éléments du magnétisme terrestre dans une contrée qui n'est guère plus accessible qu'autrefois aux investigations scientifiques. L'illustre voyageur a parcouru la basse Égypte, une partie des côtes de la mer Rouge, la Palestine, la Syrie, et a terminé son périple par Constantinople et Athènes.

» La *Connaissance des Temps* est parvenue depuis quelques années, grâce aux perfectionnements successifs introduits par le Bureau, à satisfaire à tous les vœux des astronomes et des navigateurs. Le Bureau n'a plus qu'à la maintenir à ce niveau élevé. Nous nous plaisons à reconnaître tout ce que le Bureau doit, à cet égard, au zèle et à la haute science de M. Lœwy, chargé de la direction des calculs et de la publication de ces éphémérides, parvenues aujourd'hui à leur 211e volume annuel.

» Un arrêté du Ministre de la Marine ayant prescrit, en juillet 1887, que la *Connaissance des Temps*, ou un *Extrait de la Connaissance des Temps*, servirait de base aux épreuves écrites imposées aux aspirants aux grades de capitaine au long cours ou de capitaine au cabotage, le Bureau des Longitudes a décidé qu'un *Extrait de la Connaissance des Temps* serait publié chaque année pour répondre le plus directement possible aux besoins de la navigation commerciale. M. Bouquet de la Grye, chargé de cette publication, dont je présente ici le premier volume pour 1889, y a joint d'utiles indications relatives aux marées, d'après l'*Annuaire du Service hydrographique*. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. Ch. Rey demande l'ouverture d'un pli cacheté dont l'Académie a accepté le dépôt dans sa séance du 24 janvier 1887.

Ce pli, inscrit sous le numéro 4134, est ouvert en séance par M. le Secrétaire perpétuel. Il contient une Note sur la locomotion aérienne sans aérostat.

L'Auteur expose comme il suit les principes qui l'ont guidé dans ses recherches :

« Un travail mécanique, si faible qu'il soit, peut tenir en équilibre aérien un poids P, aussi lourd que l'on voudra, sous cette seule condition que l'intervalle de temps T entre les battements consécutifs sur l'air soit suffisamment réduit. Cette loi résulte de ce que le travail mécanique produit par la pesanteur est proportionnel au carré du temps écoulé, tandis que les autres sont simplement proportionnels au temps. Dans le cas des petits intervalles de temps, cette circonstance donne la supériorité au travail simplement proportionnel. Il suffit donc de précipiter les battements pour déterminer l'ascension en diminuant T ou de les ralentir pour obtenir la descente. »

Dans une nouvelle Note qu'il adresse à l'Académie, l'Auteur développe les conséquences qu'il a déduites de ses formules pour l'établissement de tout appareil volant.

(Renvoi à la Commission des aérostats.)

M. A. Leroy adresse un Mémoire ayant pour titre : « Nouveaux principes de navigation dans l'air; solution du problème de la navigation aérienne, en utilisant les courants atmosphériques ».

(Renvoi à l'examen de M. Maurice Lévy.)

M. Desboves soumet au jugement de l'Académie une nouvelle rédaction de son Mémoire « Sur la résolution, en nombres entiers, de l'équation $aX^4 - bY^4 = 2Z^2$, lorsque a et b sont deux nombres premiers consécutifs, $8n+7, 8n+5$ ou $8n+5, 8n+3$ ».

(Commissaires : MM. Darboux, Halphen.)

» M. **Manuel Gomez Vidal** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire « Sur la cause physique de la rotation des astres et sur ses lois ».

(M. Janssen se charge d'examiner ce Mémoire.)

CORRESPONDANCE.

MM. **Alf. Angot**, **P. Appell**, **Fr. Ardissone**, **Arnaud**, **Boudier**, **E. Dubois**, **Galtier**, **Guyou**, **A. Haller**, **Ed. Heckel**, **Paul** et **Prosper Henry**, **Héraud**, **Jaccoud**, **Moisson**, **J. Morin**, **Ollivier**, **Périgaud**, **Alb. Robin**, **Ch. Rouvier**, **Vanlair**, **Vieille**, **Wilh. Zenker** adressent leurs remerciements à l'Académie pour les récompenses dont leurs travaux ont été l'objet dans la dernière séance publique.

M. le **Recteur de l'Université de Bologne** invite l'Académie à se faire représenter aux fêtes qui auront lieu le 12 juin prochain pour célébrer le 8e centenaire de l'Université.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** rappelle à l'Académie qu'une loi, promulguée le 10 décembre dernier, institue un prix au profit de la personne qui découvrira un procédé simple et usuel pouvant être mis en pratique par les agents de l'Administration pour déterminer, dans les spiritueux du commerce et des boissons alcooliques, la présence et la quantité des substances autres que l'alcool chimiquement pur ou alcool éthylique.

Aux termes de cette même loi, l'Académie des Sciences est chargée de déterminer les conditions dans lesquelles le prix devra être décerné et de le décerner conformément au programme qu'elle aura arrêté.

M. le Ministre ajoute qu'en conséquence l'Académie aura à fixer les détails du programme, l'époque à laquelle devra s'ouvrir le concours, à indiquer les conditions que les concurrents devront remplir et la date à laquelle le prix semblerait pouvoir être décerné; enfin, d'une manière générale, à se prononcer sur toutes les dispositions qu'elle jugera utiles pour que cet appel adressé à la Science ne soit pas sans résultats.

L'Académie décide qu'elle nommera, dans une prochaine séance, une Commission chargée de préparer le travail demandé par M. le Ministre.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Une brochure de M. *Léon Lalanne*, portant pour titre : « Rectification historique sur les ateliers nationaux »;

2° Une livraison de la Paléontologie française; 12e livraison : Terrains tertiaires, Éocène; Échinides, par M. *Cotteau;*

3° Une brochure de M. *E. Bertinet*, intitulée : « Théorie élémentaire du cerf-volant. (Présentée par M. Berthelot.)

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète d'Olbers, faites à l'observatoire de Nice (équatorial de Gautier de* 0m,38 *d'ouverture) par M.* **Charlois**, présentées par M. Faye.

Dates 1887.		Étoiles de comparaison.		Grandeurs.	★ — ★. Æ.	★ — ★. ℘.	Nombre de comp.
					m s	′ ″	
Déc. 25.......	*a*	Glasg. cat.,	4054	6	+3.37,91	+ 0.46,3	5
26.......	*b*	Id.	4093	7,5	−2.43,68	−12.33,5	5
27.......	*b*	Id.	4093	7,5	−0.35,78	0,0	6

Positions des étoiles de comparaison.

Dates. 1887.	Étoiles de compar.	Ascension droite moy. 1887,0.	Réduction au jour.	Distance polaire moy. 1887,0.	Réduction au jour.		Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″		
Déc. 25.......	*a*	16.22.48,55	+1,02	89. 4.49,9	+0,7	½	Glasg. cat., 4054 + Lam₁, 5150
26.......	*b*	16.31.21,09	+1,03	89.31. 6,3	+0,5	⅓	Glasg. cat., 4093 + Lam₁, 5218 + R., 5465
27.......	*b*	16.31.21,09	+1,04	89.31. 6,3	+0,4		

Positions apparentes de la comète.

Dates. 1887.	Temps moyen de Nice.	Ascension droite.	Log. fact. parallaxe.	Distance polaire.	Log. fact. parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Déc. 25....	17.53.51	16.26.27,48	$\bar{1},587_n$	89. 5.36,9	$0,785_n$
26....	18.10.58	16.28.38,44	$\bar{1},566_n$	89.18.33,3	$0,786_n$
27....	18.11.57	16.30.46,35	$\bar{1},563_n$	89.31. 6,7	$0,787_n$

» *Remarques.* — Le 23 décembre, quand on retrouve la comète, le

noyau, de 10ᵉ grandeur, est entouré d'une brillante nébulosité; la queue, dirigée dans l'angle de position de 225°, a une longueur de 20′ à 25′ environ; elle s'étale légèrement en éventail.

» Les jours suivants, la comète me paraît plus faible. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *L'éclipse totale du Soleil du* 19 *août* 1887, *observée en Russie* (*Pétrowsk*). Note de M. G.-M. Stanoïéwitch.

« Sur une proposition toute spéciale de M. J. Janssen, j'ai eu l'honneur d'être envoyé par le gouvernement serbe en Russie, pour l'observation de l'éclipse totale du 19 août 1887. Le lendemain de l'éclipse, j'ai rédigé un Rapport pour le gouvernement serbe et pour M. Janssen, dans lequel j'ai exposé brièvement la marche de l'observation, ayant l'intention de rédiger un Rapport détaillé de toute l'expédition. Ce Rapport étant terminé, je prie l'Académie de me permettre de lui en communiquer un extrait.

» J'ai observé l'éclipse à Pétrowsk (gouvernement de Jaroslaw): $\varphi = 57°0'48'',3$, $\lambda = 36°56'18'',30$ (de Paris); le milieu de l'éclipse a dû avoir lieu à $6^h55^m3^s,0$. Dans cette expédition j'avais été chargé, par M. Janssen, de la comparaison photométrique entre la lumière de la pleine lune et celle de la couronne à l'aide d'un appareil construit spécialement dans ce but, par la maison Duboscq. En outre, j'ai voulu observer à l'aide d'une lunette la structure de la couronne, ainsi que son spectre, à l'aide d'un spectroscope à vision directe, construit par M. Lutz, et observer pendant quelques instants ce phénomène à l'œil nu. A l'aide d'un baromètre et d'un thermomètre très sensibles, je m'étais proposé de chercher l'influence de l'éclipse sur l'état barométrique et thermométrique.

» Mon programme comprenait trois parties : des observations avant, pendant et après la totalité. Observant le phénomène pour la première fois, j'ai commencé exprès les observations avant la totalité pour être occupé du phénomène avant le moment critique, de façon à n'avoir, à la venue de celui-ci, qu'à changer mon occupation, chose que je considérais comme plus facile que de commencer mes observations au moment même de la totalité. La pratique a complètement justifié ces considérations.

» Je n'ai pu exécuter mon programme, ni avant le premier contact, qui a dû avoir lieu à $5^h56^m42^s,8$; ni entre le premier et le deuxième ($6^h53^m47^s,8$), le ciel étant presque complètement couvert sur toute la partie occupée par l'astre.

» A $6^h 25^m$ le Soleil devait être déjà à moitié éclipsé, mais on ne le voyait pas. Vers l'est un trou très long dans les nuages fait voir le fond bleu du ciel, seulement plus foncé qu'au premier contact, et un peu vert. Une couche de nuages près de l'horizon était bien rose, tandis que les nuages plus élevés étaient déjà sombres.

» Dix minutes plus tard le trou à l'horizon est encore plus foncé dans le vert; à 45° le ciel est bleu foncé. A ce moment le Soleil, éclipsé un peu plus de moitié, apparaît pour la première fois, mais cela n'a duré que quelques secondes, les nuages l'ayant caché de nouveau. Cinq minutes plus tard le Soleil réapparaît et la Lune se projette sur le fond du ciel au delà du disque solaire; les nuages empêchent de le suivre plus loin.

» A $6^h 48^m$ la corne du bas du croissant est un peu tronquée; le ciel plus sombre, le zénith a la couleur indigo bleu, les nuages sont gris sombre.

» Dès ce moment les nuages traversent le disque sans le cacher complètement. On voit très bien le disque tout entier dans la lunette, sans avoir besoin du verre noir. La lumière baisse rapidement et, au moment du deuxième contact, je puis très bien voir le dernier filet du disque disparaître complètement sans montrer les grains de Baily. Ayant à ce moment l'œil à la lunette, je n'ai pas pu voir les ombres flottantes, et personne de mon entourage ne les a vues.

» La totalité commencée, je mets le photomètre en marche, ayant l'œil sur le Soleil, mais il était déjà disparu de nouveau. Je parcours d'un coup d'œil le ciel qui était d'un gris noir : je n'ai pu voir ni étoiles, ni planètes dans les quelques trous de nuages que j'ai examinés. A ce moment, les nuages laissaient voir le disque de la Lune, qui était beaucoup plus noire que le fond du ciel et qui était entourée de la couronne. En même temps on entendit l'exclamation du public : « La couronne! la couronne! » La montre marquait 40^s de la première minute de la totalité. Alors je mis en marche le photomètre et j'approchai l'œil gauche de la lunette, ayant l'œil droit sur le spectroscope, qui était porté par une seconde lunette à côté de la première. La fente étant placée tangentiellement et très près du disque, la raie coronale apparut sur un spectre continu. Au moment où je voulus chercher les lignes d'absorption, le phénomène disparaissait, pour ne plus reparaître après avoir duré en tout de vingt à vingt-cinq secondes. Je n'ai pas pu poser une seconde plaque du photomètre que j'avais préparée. J'espérais revoir la Lune; en attendant, je fis la lecture du baromètre et du thermomètre, mais les nuages restaient toujours. L'horizon est rouge et sur d'autres places jaune très intense. Au moment où un trou dans les nuages atteignait l'astre,

un rayon de Soleil indiquait que l'éclipse était terminée ($6^h 56^m 18^s,3$).

» Pendant que je plaçais la fente du spectroscope sur la couronne, je n'ai remarqué aucun mouvement dans celle-ci; plus tard, le temps ne me permettait plus de l'examiner spécialement.

» Après la fin de l'éclipse, j'ai remarqué un grand dépôt de vapeur d'eau sur tous les objets qui m'entouraient.

» Malgré le ciel couvert, la clarté, pendant l'éclipse, était assez intense, mais ne provenait pas de la couronne. D'après ce fait, et surtout d'après les observations antérieures, il paraît être démontré que l'obscurité, pendant les éclipses, est d'autant plus grande que le ciel est moins couvert de nuages et que le terrain (surtout à l'horizon) est plus plat. Ainsi, le ciel étant surtout presque complètement couvert pendant la totalité, je n'ai pas eu besoin de la bougie qui était allumée; j'ai même pu faire la lecture du baromètre sans m'en servir. En jetant un coup d'œil à côté, je pus lire, à 2^m de distance, l'inscription d'une brochure à couverture rouge.

» Le baromètre et le thermomètre ont été observés les 18, 19 et 20 août, depuis $5^h 30^m$ jusqu'à 6^h, depuis 8^h jusqu'à $8^h 30^m$ toutes les dix minutes, et depuis 6^h jusqu'à 8^h toutes les cinq minutes. Les courbes barométriques tirées de ces observations sont toutes les trois assez saccadées; mais on ne peut pas dire que l'éclipse a influencé sensiblement cet instrument. La veille, le baromètre descendait depuis $6^h 25^m$ ($755^{mm},88$) jusqu'à $6^h 55^m$ ($755^{mm},36$) et restait constant depuis ce moment jusqu'à $7^h 35^m$ ($755^{mm},34$). Le jour de l'éclipse, le baromètre descend depuis $6^h 35^m$ ($748^{mm},30$) jusqu'à $6^h 50^m$ ($748^{mm},02$); depuis ce moment, il remonte doucement jusqu'à $7^h 55^m$ ($740^{mm},00$); pas de changement appréciable au moment de la totalité (à $5^h 33^m 3^s$). Le lendemain, le baromètre, au moment qui correspond à la totalité, reste constant depuis $6^h 35^m$ ($743^{mm},41$) jusqu'à 7^h, puis il tombe brusquement de $0^{mm},3$ à $7^h 10^m$, remonte au même état à $7^h 35^m$ et reste stable jusqu'à $8^h 30^m$.

La température n'a pas baissé sensiblement pendant la totalité. Le thermomètre qui m'a servi était divisé en dixièmes et était placé à l'ombre. A $5^h 30^m$, il indiquait $16°,2$ et montait très doucement jusqu'à $6^h 15^m$, où il indiquait $17°,8$; dès ce moment, il restait constant jusqu'à $6^h 30^m$ et descendait ensuite graduellement pour arriver à $17°$ au moment de la dilatation complète. Tout de suite après, il remontait constamment jusqu'à $8^h 30^m$, où il marquait $19°,5$.

» En envoyant la plaque photométrique à M. Janssen pour la développer et comparer avec les autres prises de la pleine Lune, j'exprimais, dans

ma lettre, la crainte que la plaque ne fût influencée par l'humidité; et, en effet, M. Janssen a reconnu sur l'image les influences de l'humidité qui changent beaucoup les teintes obtenues et rendent impossible toute comparaison exacte.

» Il est évident que M. Janssen a une très grande part dans cette entreprise scientifique, d'abord en proposant cette expédition au gouvernement serbe, puis en me traçant un programme et en me prêtant les instruments nécessaires pour l'observation. J'ai donc le devoir de lui exprimer ma reconnaissance. En même temps, je ne peux pas passer sous silence le bon accueil que j'ai trouvé chez M. O. Struve, à Pulkova, ainsi que chez M. Plasenappe, au lieu même de l'observation, à Pétrowsk. »

Remarques sur la Communication précédente; par M. J. Janssen.

« M. Stanoiéwitch, ancien élève de l'observatoire de Meudon, m'avait donné des preuves si réelles de capacité que je n'ai pas hésité à proposer au gouvernement serbe de lui confier la mission d'observer l'éclipse totale du 19 août de l'année dernière. Ainsi que j'ai eu l'honneur d'en informer l'Académie, j'avais donné à M. Stanoiéwitch un programme et des instruments. On sait que le temps a bien mal favorisé les observateurs. La station choisie par M. Stanoiéwitch a été une des plus favorisées ou tout au moins une des moins maltraitées. M. Stanoiéwitch a fait tout ce qu'il était possible pour tirer le meilleur parti possible des circonstances. Je suis persuadé qu'il aura un succès complet s'il lui est donné d'observer les prochaines éclipses totales.

» La mesure par la photométrie photographique de la valeur de l'intensité lumineuse de la couronne pendant la totalité pour l'éclipse du 19 août ne peut pas être déduite des observations de M. Stanoiéwitch à Pétrowsk, tant à cause de l'état du ciel pendant la totalité que de certaines actions d'humidité sur les plaques photographiques. C'est une des principales questions dont il sera opportun de s'occuper dans l'avenir.

» Il est certain que des mesures de ce genre, exécutées avec soin, pendant une série assez longue d'éclipses totales, seraient très propres à nous renseigner (en tenant compte, bien entendu, des variations des diamètres apparents relatifs de la Lune et du Soleil) sur la valeur absolue et les variations du pouvoir lumineux de la couronne solaire, dont l'étude est maintenant tout à fait à l'ordre du jour. »

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur un problème relatif à la durée du jeu*; par M. E. Rouché.

« Pierre et Paul jouent l'un contre l'autre jusqu'à ce que l'un d'eux soit ruiné. A et B sont leurs fortunes primitives, a et b leurs mises à chaque partie, p et $q = 1 - p$ leurs probabilités respectives de gagner l'une quelconque des parties.

» On promet à Jean, qui ne participe pas au jeu, *un* franc par partie jouée. Quelle est l'espérance mathématique de Jean, c'est-à-dire la valeur vénale V de la promesse qui lui est faite?

» M. Bertrand a trouvé (*Comptes rendus*, 7 novembre 1887) que, lorsque le jeu est équitable, la valeur V est égale au produit AB des fortunes des deux joueurs, les mises a et b étant supposées égales à l'unité.

» Mais qu'arrive-t-il quand le jeu n'est pas équitable? L'étude de ce cas m'a conduit à un théorème qui me paraît digne d'attention à cause de son élégante simplicité.

» Lorsque le jeu n'est point équitable, la quantité

$$(a + b)p - a \tag{1}$$

est différente de zéro. Si elle est, par exemple, positive, le jeu est avantageux pour Pierre, et nous donnerons à l'expression (1), c'est-à-dire à l'excès de l'espérance mathématique sur la mise, le nom d'*avantage de Pierre à chaque partie*. L'avantage de Paul sera alors négatif; c'est la quantité $(a + b)q - b$, qui n'est autre que la précédente (1) changée de signe.

» Par analogie, nous nommerons *avantage total* de Pierre la quantité

$$(A + B)P - A,$$

P désignant la probabilité pour que Pierre ruine Paul; c'est l'excès de l'espérance totale $(A + B)P$ de Pierre sur sa fortune primitive A. L'avantage total de Paul serait la même quantité prise en signe contraire.

» Cela posé, le théorème auquel j'ai été conduit peut s'énoncer de la manière suivante :

» *La valeur vénale de la promesse faite à Jean est égale au rapport de l'avantage total de l'un quelconque des joueurs à l'avantage du même joueur dans chaque partie.*

» Pour démontrer cette proposition, ou la formule

$$V = \frac{(A+B)P}{(a+b)p} - \frac{A}{a} \tag{2}$$

qui en est la traduction algébrique, désignons par y_x l'espérance mathématique de Jean au moment où la fortune de Pierre est x. La valeur de y_x se composera de trois parties, qui sont : 1° le franc qui est assuré à Jean pour la partie qu'on va jouer; 2° l'espérance y_{x+b} de Jean après que Pierre aura gagné cette partie, multipliée par la probabilité p que Pierre a de la gagner; 3° l'espérance y_{x-a} de Jean après que Paul aura gagné la susdite partie, multipliée par la probabilité q que Paul a de la gagner. De là résulte l'équation

$$y_x = 1 + p y_{x+b} + q y_{x-a}, \tag{3}$$

à laquelle il s'agit de satisfaire à l'aide d'une fonction renfermant deux constantes arbitraires; on déterminera ensuite ces constantes par les conditions

$$y_0 = 0, \qquad y_{A+B} = 0, \tag{4}$$

qui expriment la cessation du jeu dès que Pierre a tout perdu ou tout gagné; enfin on aura l'inconnue V par la formule $V = y_A$.

» Or, si l'on pose

$$y_x = C\alpha^x + C_1 x + C_0 \tag{5}$$

et si l'on substitue dans (3), on a, suppression faite des termes qui ont pour coefficient $p + q - 1$,

$$C\alpha^{x-a}(p\alpha^{a+b} - \alpha^a + q) + \{1 + C_1[(a+b)p - a]\} = 0.$$

L'expression (5) sera donc une solution de (3) avec deux constantes arbitraires C et C_0, si l'on prend, pour α, la racine positive, autre que 1, de l'équation trinôme

$$pX^{a+b} - X^a + q = 0$$

et, pour C_1, la valeur

$$C_1 = \frac{-1}{(a+b)p - a},$$

qui est finie, puisque, dans notre hypothèse, la quantité (1) n'est pas nulle.

D'ailleurs, les conditions (4) imposent dès lors à C et à C_0 les valeurs

$$C_0 = -C = \frac{A+B}{[(a+b)p-a](1-\alpha^{A+B})};$$

on a donc

$$y_x = \frac{A+B}{[(a+b)p-a]}\,\frac{1-\alpha^x}{1-\alpha^{A+B}} - \frac{x}{[(a+b)p-a]}$$

et enfin

$$V = y_A = \frac{(A+B)P-A}{(a+b)p-a},$$

en posant

$$P = \frac{1-\alpha^A}{1-\alpha^{A+B}}.$$

» Il suffit, pour achever, de prouver que cette dernière expression P représente la probabilité pour que Pierre ruine Paul.

» Or, si l'on désigne par z_x la probabilité que Pierre, lorsqu'il possède x, a de ruiner Paul, le principe de la probabilité totale donne l'équation

$$z_x = p z_{x+b} + q z_{x-a},$$

à laquelle on satisfait en posant

$$z_x = K\alpha^x + K',$$

α ayant la valeur déjà indiquée, et K et K' restant arbitraires. Mais ici on doit avoir

$$z_0 = 0, \qquad z_{A+B} = 1;$$

il en résulte

$$K' = -K = \frac{1}{1-\alpha^{A+B}},$$

puis

$$z_x = \frac{1-\alpha^x}{1-\alpha^{A+B}}$$

et enfin

$$z_A = \frac{1-\alpha^A}{1-\alpha^{A+B}} = P. \text{ »}$$

Démonstration du théorème précédent; par M. **Bertrand.**

« Pierre et Paul jouent à un jeu de hasard: l'enjeu de Pierre est a, celui de Paul est b; la probabilité de Pierre est p, celle de Paul est q;

$pb - aq$ est positif. Soit n le nombre probable des parties jusqu'à la ruine de l'un des joueurs. Si $p_1, p_2, p_3, \ldots$ sont les probabilités pour que le jeu finisse en $x_1, x_2, \ldots, x_\mu$ parties, on aura

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_\mu x_\mu + \ldots = n.$$

» Pierre peut conclure, avec des acheteurs différents, des marchés équitables qui leur livrent les avantages qui pourront pour lui résulter du jeu si le nombre des parties est un nombre désigné. Un acheteur, par exemple, recevra la promesse d'obtenir le bénéfice tout entier si le nombre des parties est x_1; celui-là devra payer évidemment

$$p_1 x_1 (pb - aq).$$

» La somme des bénéfices que Pierre attend peut être vendue à des acheteurs différents. Tous les marchés sont équitables et leur conclusion simultanée ne peut créer aucune difficulté, puisque, quel que soit le nombre des coups joués, l'un des acheteurs se substituera au vendeur, et les autres, d'après leurs conventions, en échange des chances équitablement payées à l'avance, n'auront rien à réclamer; la somme payée en échange de la totalité des gains probables sera

$$(p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_\mu x_\mu)(pb - aq).$$

» Cette somme est évidemment égale à l'excès, sur la fortune de Pierre, de l'espérance mathématique résultant, pour lui, de la détermination de jouer jusqu'à la ruine de l'un des deux joueurs. Cette espérance mathématique est le produit de l'enjeu total $(m + n)$ par la probabilité P de le gagner et l'avantage du joueur est l'excès de cette espérance mathématique sur la somme m qui, une fois le jeu commencé, devient une partie de l'enjeu $m + n$, qui ira tout entier à l'un des deux adversaires. On peut donc écrire

$$(p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n)(pb - qa) = \mathrm{P}(m + n) - m$$

et, par conséquent,

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n = \frac{\mathrm{P}(m + n) - m}{pb - qa}.$$

» Le premier membre est le nombre probable des parties qui seront

jouées, égal à l'espérance mathématique de celui à qui l'on promettrait autant de francs qu'il y aura de parties jouées, et l'équation exprime par conséquent le théorème de M. Rouché.

» Il est bien digne de remarque que ni la démonstration précédente, ni celle de M. Rouché, ne pourraient s'appliquer au cas d'un jeu équitable. Le problème est, en effet, très différent et le mécanisme, pour ainsi dire, de la ruine de l'un des joueurs devient tout autre quand le jeu cesse d'être équitable. La perte probable, en effet, contient alors un terme proportionnel au nombre des parties jouées, qui, quel que soit l'avantage fait à l'un des joueurs, devient à la longue le terme principal devant lequel les autres sont négligeables. Quand le terme principal devient nul, on conçoit que le problème soit complètement changé.

» La formule de M. Rouché donnerait cependant celle que j'ai fait connaître en considérant le jeu équitable comme un cas limite : l'expression prend alors la forme $\frac{0}{0}$, mais il n'est pas difficile d'en trouver la vraie valeur. »

GÉOMÉTRIE. — *Détermination sous forme explicite de toute surface réglée rapportée à ses lignes asymptotiques, et en particulier de toutes les surfaces réglées à lignes asymptotiques algébriques.* Note de M. **G. Kœnigs**, présentée par M. Darboux.

« L'analyse indéterminée s'étend aux équations différentielles; étant donné un certain nombre de ces équations simultanées, en nombre insuffisant pour définir toutes les fonctions qu'elles contiennent, on peut souhaiter d'exprimer ces fonctions à l'aide de fonctions arbitraires et de leurs dérivées, en sorte que les équations différentielles soient identiquement satisfaites. En particularisant ces fonctions arbitraires, on obtiendra autant de solutions que l'on voudra. Si l'on peut ainsi représenter toutes les solutions imaginables du système d'équations proposé, on peut dire que la représentation à l'aide des fonctions arbitraires est générale. Je me propose de donner ici un exemple de ce genre d'analyse, sur les lignes asymptotiques des surfaces réglées.

» Toute surface réglée peut, au moins théoriquement, être représentée par des équations de la forme

$$\rho x_i = g_i(\lambda) + h_i(\lambda)\mu,$$

les lignes $\mu =$ const. étant les lignes asymptotiques de la surface. Les fonctions g_i et h_i sont alors liées par certaines relations nécessaires et suffisantes, auxquelles est applicable la méthode ci-dessus définie.

» Pour que les courbes $\mu =$ const. soient des asymptotiques, il faut et il suffit que les fonctions $g_i + \mu h_i$ vérifient une équation aux dérivées partielles de la forme

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \lambda^2} + A \frac{\partial \theta}{\partial \lambda} + L \frac{\partial \theta}{\partial \mu} + M\theta = 0$$

(Darboux, *Cours de Géométrie*, t. I, p. 145); on en conclut qu'on doit ici avoir, pour $i = 1, 2, 3, 4$,

$$g_i'' + \mu h_i'' + A(g_i' + \mu h_i') + B g_i + C h_i = 0.$$

On voit d'abord aisément que A est une simple fonction de λ, et B, C des fonctions entières et du premier degré de μ. Nous poserons donc

$$A = \frac{b}{s}, \qquad B = \frac{d - \mu}{s}, \qquad C = \frac{p + q\mu}{s},$$

où b, d, p, q, s sont des fonctions de λ, encore indéterminées.

» On trouve alors les deux équations

$$(1) \qquad s h_i'' + b h_i' + q h_i - g_i = 0,$$

$$(2) \qquad s g_i'' + b g_i' + d g_i + p h_i = 0.$$

» En tirant g_i de la première équation et portant dans la seconde, on trouve une équation du quatrième ordre

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} s^2 h_i^{\text{iv}} + 2s(s' + b)h_i''' + [s(s'' + 2b' + q) + b(s' + b) + sd]h_i'' \\ \qquad + [s(b'' + 2q') + b(b' + q) + bd]h_i' + [sq'' + bq' + dq + p]h_i = 0. \end{array} \right.$$

» Les quatre fonctions h_1, h_2, h_3, h_4 vérifient une équation du quatrième ordre facile à former, quand on connaît ces fonctions; soit cette équation

$$h^{\text{iv}} + 4P_1 h''' + 6P_2 h'' + 4P_3 h' + P_4 h = 0,$$

qui doit être identique avec (3); en identifiant, on trouve

$$(4) \left\{ \begin{array}{r} s(s' + b) = 2P_1 s^2, \\ s(s'' + 2b' + q) + b(s' + b) + sd = 6P_2 s^2, \\ s(b'' + 2q') + b(b' + q) + bd = 4P_3 s^2, \\ sq'' + bq' + dq + p = P_4 s^2, \end{array} \right.$$

ce qui peut s'écrire encore

$$(5)\quad \begin{cases} s' + b - 2P_1 s = 0, \\ -b'' + (2P'_1 + 4P_1^2 - 6P_2)b + 4P_3 s - 2q' = 0, \end{cases}$$

$$(6)\quad \begin{cases} s(s'' + 2b' + q) + b(s' + b) + sd = 6P_2 s^2, \\ sq'' + bq' + dq + p = P_4 s^2. \end{cases}$$

» Une fois s, b, q connus, les formules (6) feront connaître p et d par une formule algébrique linéaire; tout se résout donc à déterminer s, b, q d'après les équations (5). En posant

$$(7)\qquad 2\theta = b' + 2q,$$

on est facilement conduit au système

$$(8)\qquad \theta' = (P'_1 + 2P_1^2 - 3P_2)b + 2P_3 s,$$

$$(9)\qquad s' = -b + 2P_1 s$$

et, en éliminant b, on trouve

$$(10)\qquad \theta' = 2(P_3 + P_1 P'_1 + 2P_1^3 - 3P_1 P_2)s + (3P_2 - P'_1 - 2P_1^2)s'.$$

» Appelons V l'invariant différentiel découvert par M. Halphen,

$$30V = -P''_1 + 3P'_2 - 6P_1 P'_1 - 2P_3 + 6P_1 P_2 - 4P_1^3;$$

l'équation (10) peut s'écrire

$$(11)\qquad \theta' = [(3P_2 - P'_1 - 2P_1^2)s]' - 30Vs,$$

et si l'on désigne alors par u une fonction arbitraire de λ, il viendra, en posant

$$(12)\qquad s = \frac{u'}{30V}, \qquad \theta = (3P_2 - P'_1 - 2P_1^2)s - u.$$

» La formule (9) donnera alors b, et la formule (7) donnera q; la formule (1) fera ensuite connaître g_1, g_2, g_3, g_4, en sorte qu'on aura finalement pour *représentation générale des surfaces réglées rapportées à leurs lignes asymptotiques*

$$\rho x_i = h_i \mu + \frac{u'}{30V} h''_i + \left[2P_1 \frac{u'}{30V} - \left(\frac{u'}{30V}\right)'\right] h'_i$$
$$+ \left[(3P_2 - 2P'_1 - 2P_1^2)\frac{u'}{30V} - P_1\left(\frac{u'}{30V}\right)' + \frac{1}{2}\left(\frac{u'}{30V}\right)'' - u\right] h_i.$$

» Je répète que, dans cette formule, h_1, h_2, h_3, h_4, u sont entièrement arbitraires. Si, par exemple, on prend pour ces fonctions des fonctions algébriques quelconques, on possédera, SOUS FORME EXPLICITE, *toutes les surfaces réglées dont les asymptotiques sont algébriques*.

» Si $V = 0$, la méthode semble en défaut; les tangentes de la courbe (h) font alors partie d'un complexe linéaire. Mais l'équation (11) s'intègre alors immédiatement, et l'on peut prendre s pour fonction arbitraire; on a ainsi la représentation suivante, où $\alpha =$ const.,

$$\rho x_i = h_i \mu + s h_i'' + (2 P_1 s - s') h_i' + [(3 P_2 - 2 P_1^2 - 2 P_1') s - P_1 s' + \tfrac{1}{2} s'' + \alpha] h_i,$$

qui ne diffère pas essentiellement de la précédente.

» Les applications de ces formules sont évidemment très nombreuses : c'est ainsi, par exemple, qu'on trouve toutes les surfaces réglées dont les asymptotiques sont des courbes rationnelles; il suffit de prendre pour h_1, h_2, h_3, h_4, u des fonctions rationnelles de λ.

» Remarquons en terminant que la formule ci-dessus fournit la solution générale de ce problème :

» *Une courbe* (h) *étant donnée, trouver une courbe* (g) *correspondant point par point à* (h), *de sorte que le plan osculateur en un point* M *de* (h) *aille passer au point correspondant* M' *de* (g), *et que le plan osculateur de* (g) *en* M' *aille aussi passer par* M.

» Il me semble fort remarquable que la solution générale de ce problème puisse être explicitement obtenue sans aucune intégration ni quadrature. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur les systèmes de courbes qui divisent homographiquement une suite de cercles*. Note de M. **Demartres**, présentée par M. Darboux.

« I. On sait que, si l'on considère une suite de cercles situés dans un plan, ou encore les caractéristiques d'une enveloppe de sphères, quatre quelconques de leurs trajectoires orthogonales déterminent sur tous ces cercles des systèmes de quatre points ayant le même rapport anharmonique (Darboux, *Leçons sur la théorie générale des surfaces*, p. 116). J'ai fait voir que cette propriété a lieu sans aucune restriction pour les trajectoires orthogonales d'un cercle qui se déplace et se dilate d'une manière quelconque [*Sur les surfaces à génératrice circulaire* (*Annales de l'École Nor-*

male, p. 130; 1885)]. On peut se proposer de rechercher, sur une surface cerclée, tous les systèmes de courbes qui divisent homographiquement les génératrices circulaires.

» La condition nécessaire et suffisante pour qu'il en soit ainsi est, en conservant les notations du Mémoire cité plus haut, que tang $\frac{\varphi}{2}$ soit déterminé en fonction de l, pour les courbes ainsi définies, par une équation de Riccati; en d'autres termes, l'équation différentielle de ces courbes est de la forme

$$\frac{d\varphi}{dl} = \mathrm{A}\cos\varphi + \mathrm{B}\sin\varphi + \mathrm{C},$$

A, B, C étant des fonctions, d'ailleurs quelconques, de l. Si l'on désigne par i l'inclinaison de la ligne sur la génératrice circulaire, cette équation générale se met immédiatement sous la forme

$$(1) \qquad \mathrm{H}\cot i = a\cos\varphi + b\sin\varphi + c,$$

a, b, c étant aussi trois fonctions quelconques de l.

» Il existe donc, sur toute surface cerclée, une infinité de familles de courbes répondant à la question et dont la détermination dépend de trois fonctions arbitraires. On pourra chercher à disposer de ces fonctions et de celles qui figurent dans la définition de la surface de manière à obtenir toutes les surfaces cerclées dont les génératrices sont divisées homographiquement par certains systèmes de lignes remarquables : lignes de courbure, lignes asymptotiques, etc. Une pareille étude doit faire l'objet d'un Mémoire étendu; je me contenterai de signaler ici quelques conséquences immédiates de l'équation de condition (1).

» II. L'équation $\mathrm{H} = 0$ fait connaître sur le cercle générateur quatre points remarquables; ces quatre points décrivent sur la surface une ligne suivant laquelle elle est inscrite à une développable focale, et cette ligne est, comme on sait, une ligne de courbure (Darboux, *Sur une classe remarquable des courbes*, p. 11).

» Par ces quatre points passent trois couples de droites que j'appellerai *sécantes focales*, et l'étude de ce quadrilatère complet donnerait presque toutes les propriétés importantes des surfaces cerclées.

» En particulier, les surfaces enveloppes de sphères et les surfaces à focale isotrope sont caractérisées par cette propriété commune que deux des sécantes focales coïncident. Ceci posé, on reconnaît sans peine que si

deux familles de courbes orthogonales répondent à la question, le second membre de l'équation (1) doit se réduire à un facteur de H^2 pour l'une des familles et à un autre facteur de H^2 pour la seconde. De là le théorème suivant :

» Théorème. — *Sur toute surface cerclée il existe trois, et seulement trois, systèmes doubles de courbes orthogonales telles que les lignes de chaque famille divisent homographiquement les génératrices circulaires. Chacun de ces systèmes correspond à un couple de sécantes focales opposées.*

» III. J'ajouterai les théorèmes suivants, dont la démonstration est immédiate, d'après l'équation (1).

» Théorème. — *Pour que les lignes de distance nulle divisent homographiquement les génératrices circulaires, il faut et il suffit que la surface soit enveloppe de sphère ou à focale isotrope.*

» Il suffit, pour s'en convaincre, d'observer que les lignes de distance nulle ont pour équation

$$\operatorname{tang} i = \sqrt{-1}.$$

» Théorème. — *Sur les surfaces à focale isotrope et sur les enveloppes de sphères, les génératrices sont divisées homographiquement par toute famille de courbes telle que l'inclinaison sur la génératrice reste constante le long de celle-ci, cette inclinaison pouvant d'ailleurs varier suivant une loi quelconque d'une génératrice à une autre.*

» Sa réciproque est vraie : il suffit même qu'il existe une seule solution de cette nature ([1]) pour qu'on puisse affirmer que la surface rentre dans une des deux classes simples pour lesquelles deux sécantes focales coïncident.

» Théorème. — *Pour qu'une surface focale isotrope soit divisée homographiquement par ses deux systèmes de lignes de courbure, il faut et il suffit que cette surface soit anallagmatique.*

» En effet, les lignes de courbure étant nécessairement réelles, il faut décomposer, d'après le théorème (1), H^2 en deux facteurs réels, et, comme H est ici linéaire en $\sin\varphi$ et $\cos\varphi$, il faudra poser

$$H \cot i = H\lambda,$$

([1]) En dehors, bien entendu, de trajectoires orthogonales des génératrices.

λ étant une fonction de l; la surface présente donc cette propriété que chaque cercle est également incliné sur toutes les lignes de courbure. Or j'ai démontré que la surface est nécessairement anallagmatique (*loc. cit.*, p. 169). »

THERMODYNAMIQUE. — *Sur les variations de température des gaz et des vapeurs qui conservent la même quantité de chaleur, sous des tensions différentes.* Note de M. **Ch. Antoine.**

« La relation suivante résume les expériences de V. Regnault sur l'air atmosphérique.

» Θ et Θ' étant les températures absolues qui correspondent, Θ à la tension finale, Θ' à la tension initiale, j'ai trouvé

$$y = 25\sqrt[3]{\Theta - \Theta'}. \tag{1}$$

» Il serait assez pénible de calculer ces valeurs de Θ et de Θ', pour les différentes tensions qui ont été expérimentées par V. Regnault.

» Un artifice de calcul permet d'éviter ces opérations.

» En adoptant les pressions atmosphériques comme unité de tensions, on a, pour l'air,

$$p = \left(\frac{\Theta}{54,53}\right)^{5,5},$$

d'où

$$\Theta = 54,53\,p^{\frac{1}{5,5}};$$

pour la vapeur d'eau,

$$p = \left(\frac{\Theta_1}{155}\right)^{5,5},$$

d'où

$$\Theta_1 = 155\,p^{\frac{1}{5,5}};$$

pour une même tension p, on a donc

$$\Theta = \frac{54,53}{155}\Theta_1.$$

» La relation (1) devient

$$y = 25\left(\frac{54,53}{155}\right)^{\frac{1}{3}}(\Theta_1 - \Theta'_1)^{\frac{1}{3}},$$

Θ_1 et Θ'_1 étant les températures absolues de la vapeur d'eau, comptées à partir du zéro (— 55) qui lui est spécial,

$$\Theta_1 = 55 + t, \qquad \Theta'_1 = 55 + t',$$
$$\Theta_1 - \Theta'_1 = t - t',$$

t et t' étant les températures *ordinaires de la vapeur d'eau* à saturation.

» On a ainsi

$$y = 17,5 \sqrt[3]{t - t'},$$

relation qui permet d'analyser, pour ainsi dire à première vue, les deux cent quatre-vingt-huit observations que V. Regnault a faites sur l'air atmosphérique.

» Pour l'acide carbonique, on aurait

$$y = 15,6 \sqrt[3]{t - t'}.$$

AIR ATMOSPHÉRIQUE.

Analyse des expériences de V. Regnault sur les variations y de température dues à la compression ou à la dilatation.

$$y = 17,5 \sqrt[3]{t - t'},$$

t et t' étant les températures ordinaires qui, pour la *vapeur d'eau* à saturation, correspondraient : t à la tension finale et t' à la tension initiale.

Numéros des séries.	Nombre d'observations.	Tensions		Températures			D'après Regnault	
		F.	H.	t.	t'.	$17,5 \sqrt[3]{t-t'}$.	compr.	détente.
				Expériences de 1854 (février).				
1......	10	850 cm	76 cm	186°	100°	77,2	74,13	»
2......	4	902	77	188	100	73,9	74,19	»
3......	4	470	77	161	100	69,0	68,69	»
4......	2	771	8	181	47	89,6	76,48 (1)	»
5......	4	950	3	191	30	94,7	82,39	»
6......	5	467	6	161	43	85,8	83,13	»
				Expériences de 1854 (mars).				
1......	7	831	77	184	100	76,7	75,12	—76,03
2......	4	937	77	190	100	78,4	76,41	—76,10
3......	12	577	76	169	100	71,8	69,50	—70,52

(1) Regnault pense qu'il y a eu une fuite au calorimètre.

Numéros des séries.	Nombre d'observations.	Tensions F.	Tensions H.	Températures t.	Températures t'.	$17,5\sqrt[3]{t-t'}$.	D'après Regnault compr.	D'après Regnault détente.
Détente extérieure.								
1......	8	966 cm	76 cm	191°	100°	78,8	»	—78,57
Détente intérieure.								
1......	4	942	76	190	100	78,6	»	—80,65
Expériences de 1864 (mai-juin-juillet).								
1......	3	321	75	147	100	63,2	65,02	—61,20
2......	4	637	75	173	100	73,2	70,09	—71,96
3......	5	576	76	169	100	71,8	74,51	—71,84
4......	4	646	76	173	100	73,2	74,55	—74,45
5......	9	819	76	184	100	76,7	76,76	—77,92
6......	5	456	17	159	63	80,2	84,89	»
7......	9	466	18	160	64	80,2	83,11	»
8......	11	859	17	185	63	86,8	84,14	»
9......	4	752	13	180	57	87,0	non calculé	»
10......	3	471	76	161	100	68,9	69,82	»
11......	3	867	76	186	100	77,2	76,88	»
12......	3	462	76	160	100	68,5	69,50	»
13......	3	944	76	190	100	78,4	76,25	»
Expériences de 1864 (octobre).								
1......	9	359	77	151	100	64,9	67,81	»
2......	6	427	76	157	100	67,4	69,48	»
3......	9	530	77	166	100	70,7	72,71	»
4......	7	724	76	178	100	74,8	75,56	»
5......	16	936	76	190	100	78,4	78,08	»
6......	4	593	77	170	100	72,1	72,91	—72,19
Expériences de 1864 [octobre (*suite*)].								
7......	5	1101	75	197	100	80,4	78,53	—76,95
8......	4	615	76	172	100	72,8	»	—73,27
9......	3	888	76	187	100	77,4	»	—75,00
10......	4	1247	76	203	100	82,6	77,13	»
Expériences de 1864 (décembre).								
1......	3	616	76	171	100	71,5	72,67	—70,42
2......	6	776	75	182	100	75,8	75,38	—73,29
3......	4	858	76	186	100	77,2	78,52	—72,81
4......	10	1284	76	204	100	82,3	77,09	»

Numéros des séries.	Nombre d'observations.	Tensions F.	Tensions H.	Températures t.	Températures t'.	$17,5 \sqrt[3]{t-t'}$.	D'après Regnault comp.	D'après Regnault détente.
				Expériences de 1865 (mars).				
1......	4	665 cm	75 cm	175°	100°	75,8	»	−72,69
2......	3	819	75	184	100	76,6	76,95	−73,97
3......	2	741	75	180	100	74,9	76,78	−74,39
4......	4	819	75	184	100	76,6	75,39	−75,04
5......	3	886	75	186	100	77.2	75,65	−74,81
6......	3	928	75	189	103	78,1	»	−72,95
7......	6	1178	76	200	100	81,2	78,27	−75,34
				Expériences de 1865 (mai).				
1......	4	528	76	166	100	70,7	73,87	−73,41
2......	5	708	76	177	100	74,5	77,45	−77,76
3......	20	872	76	187	100	77,6	78,88	−78,97
4......	6	1161	76	200	100	81,2	79,24	−80,50
				Expériences de 1865.				
1......	4	861	76	186	100	77,3	77,48	−79,39
2......	4	868	76	186	100	77,3	78,98	−78,84

PHYSIQUE. — *De l'énergie nécessaire pour la création d'un champ magnétique et l'aimantation du fer.* Note de M. **Aimé Witz**.

« En faisant circuler un courant dans une bobine, on crée un champ magnétique, constant en grandeur et en direction le long de l'axe : le travail exigé pour amener ce champ de zéro à son état actuel est emprunté à l'énergie du courant; il est mesurable, car on en trouve l'équivalent dans le travail nécessité par l'établissement du courant dans la bobine. Il se produit, en effet, par self-induction, une force électromotrice inverse $\left(E_1 = L\frac{di}{dt}\right)$, tendant à affaiblir le courant qui lui a donné naissance, suivant la loi de Lenz; ce phénomène détermine la loi des intensités successives pendant la période variable et retarde la réalisation du régime permanent. Au bout d'un temps t, on a une intensité

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right),$$

R étant la résistance du circuit et E la force électromotrice qui l'alimente; or on voit sans peine que le travail dépensé pour établir ce courant i est égal à

$$\int_0^t \mathrm{L}i\,\frac{di}{dt} = \left(\mathrm{L}\,\frac{i^2}{2}\right)_0^t = \mathrm{W}_0^t.$$

» W est donc connu par L, qui est constant pour une bobine déterminée. Pour les bobines ordinaires, on ne peut pas calculer la valeur de ce coefficient de self-induction, mais MM. Maxwell, Joubert et Ledeboer l'ont mesurée et les chiffres qu'ils ont publiés peuvent donner W pour les cas particuliers qui ont été étudiés.

» Le champ est entretenu par le passage du courant, au prix d'un travail $i^2\mathrm{R}$ dans l'unité de temps; cette énergie apparaît sous forme de chaleur dans le circuit.

» Le courant vient-il à être interrompu, nous recouvrons, par l'extra-courant de rupture, le travail dépensé précédemment pour la création du champ. Cette énergie existait sans doute à l'état potentiel dans le milieu; il semble qne le travail restitué soit égal au travail dépensé, mais il serait peut-être téméraire de l'affirmer absolument.

» Introduisons dans l'axe de la bobine un noyau de fer doux, il s'aimantera aux dépens de l'énergie du courant; il est facile de s'assurer que cette aimantation n'est pas gratuite, car le régime permanent s'établit beaucoup plus lentement, et M. Ledeboer a constaté que L peut être décuplé. Ce coefficient n'est plus constant, il diminue à mesure qu'on approche de la saturation, et il tend vers la valeur qu'il avait avant l'introduction du noyau de fer dans la bobine. On a pour W la valeur $\int_0^t i\,\frac{d\mathrm{L}i}{dt}$, il nous manque la loi des variations de L avec l'intensité du courant i.

» Il est difficile de se prononcer sur la forme que prend l'énergie dans l'aimantation : toutefois les analogies signalées par M. Wiedemann entre les aimants et les corps élastiques nous autorisent à supposer que l'énergie est à l'état potentiel, comme dans un ressort tendu. Les molécules magnétiques ne seraient pas libres de leurs mouvements, et elles ne s'orienteraient pas sans qu'on eût à surmonter une certaine résistance que la matière opposerait à leur disposition nouvelle.

» Pour entretenir l'aimantation, il faut entretenir le champ; à vrai dire, l'aimantation ne coûte donc aucun travail supplémentaire; il ne faut non plus aucun travail pour maintenir un ressort tendu. M. Ayrton a pu s'as-

surer que le maintien de l'aimantation n'entraîne aucun échauffement du fer : le circuit seul s'échauffe. D'autre part, M. Deprez a démontré que le travail calorifique de la bobine est proportionnel à l'action magnétique entretenue par le courant.

» La rupture du courant entraîne la cessation immédiate, mais non instantanée, de l'aimantation et la récupération du travail dépensé d'abord : cette récupération est-elle complète ? Ni plus ni moins que dans les corps élastiques. Un arc ne restitue jamais entièrement le travail dépensé pour le tendre, preuve qu'il s'échauffe, si l'on répète un grand nombre de fois l'opération ; de plus, il conserve une flexion permanente ; de même un aimant s'échauffe et il garde une partie de son magnétisme à l'état rémanent. Les deux faits sont connus : Cazin a constaté, après 6396 désaimantations effectuées en vingt minutes, une élévation de température de 3° ; dans la dynamo Siemens, à courants alternatifs, il a fallu substituer des cylindres de bois aux noyaux de fer des bobines ; enfin il est très difficile de trouver des échantillons de fer parfaitement doux. La récupération n'est donc point complète, et il faut en chercher la cause dans les courants de Foucault, qui échauffent le fer, et dans l'aimantation résiduelle ; ce double effet est plus considérable dans un noyau compact que dans un faisceau de fils isolés, et, de fait, M. Stracciati vient de découvrir que le magnétisme se dissipe plus vite dans ce dernier cas.

» Ces questions présentent un grand intérêt, au double point de vue théorique et pratique ; j'ai cherché à mesurer le travail dépensé dans l'aimantation et à déterminer la différence entre le travail dépensé et récupéré. En attendant que j'aie l'honneur de soumettre à l'Académie les résultats complets de cette étude, je décrirai aujourd'hui la méthode à laquelle je suis arrêté et le dispositif que j'ai adopté. Un courant se bifurque dans deux circuits dérivés présentant la même résistance ; ils renferment l'un une bobine, l'autre un rhéocorde de compensation et un ampèremètre, et ils traversent en sens inverse un galvanomètre différentiel très sensible : des précautions ont été prises pour que les deux circuits s'échauffent de même. Au centre de la bobine se trouve le fer doux qu'il faut aimanter. Malgré la stricte égalité des résistances des deux circuits dérivés, un courant détermine, durant la période variable, une déviation δ de l'aiguille du galvanomètre, qu'on mesure en première impulsion ; c'est qu'en effet la branche qui contient la bobine et qui produit l'aimantation a une résistance apparente supérieure à sa résistance réelle ; on obtiendrait

encore une déviation, quoique plus faible, si la bobine ne renfermait pas de fer. Or il est possible, après quelques tâtonnements, d'obtenir la même impulsion de l'aiguille en introduisant par le rhéocorde une résistance surnuméraire r_1 dans l'autre branche; il suffit de connaître l'intensité i du courant dans cette branche pour calculer l'énergie dépensée pour créer le champ ou pour aimanter le noyau. Le même dispositif permet d'évaluer le déchet de la désaimantation; la bobine étant traversée par un courant permanent, on fait tomber en chute libre, à travers le canal intérieur, un noyau de fer, qu'on peut considérer comme venant de l'infini et s'éloignant à l'infini; si la récupération était égale à la dépense, l'aiguille du galvanomètre resterait immobile : il n'en est rien et l'effet est plus marqué avec un noyau plein qu'avec un faisceau de même poids. Il est possible de constater ainsi le fait annoncé par Lamont : l'effet produit par un champ magnétique sur un aimant est plus considérable quand la force agit pour diminuer l'aimantation que pour l'augmenter. Ajoutons que toutes ces expériences peuvent être effectuées très rapidement, et qu'on peut en varier la forme de beaucoup de manières. »

CHIMIE. — *Sur la vitesse de transformation de l'acide métaphosphorique.* Note de M. Paul Sabatier, présentée par M. Berthelot.

« Les dissolutions d'acide métaphosphorique se transforment spontanément plus ou moins vite : quelques auteurs (Berzélius, Thomsen) croient qu'il y a d'abord production d'acide pyrophosphorique, qui se change ultérieurement en acide orthophosphorique; d'autres, après Graham, pensent qu'il y a immédiatement formation d'acide orthophosphorique tribasique. Cette dernière opinion m'a paru être la règle habituelle : je poursuis d'ailleurs des recherches précises sur ce point, ainsi que sur la transformation propre de l'acide pyrophosphorique.

» L'étude de la vitesse de transformation de l'acide métaphosphorique présente un intérêt spécial : c'est un exemple de réaction totale, réalisée en système liquide homogène.

» Le changement de cet acide en acide orthophosphorique a pour conséquence l'introduction, à côté de la fonction unique d'acide fort, de deux nouvelles fonctions acides, l'une moyenne, l'autre faible. En employant, comme l'a montré M. Joly, l'*orangé* 3 comme indicateur alcalimétrique, la

fonction unique d'acide fort est seule visible : avec la phtaléine du phénol, on n'apprécie que les deux premières; la dernière, trop faible, n'est indiquée que qualitativement par le *bleu* C 4B.

» La liqueur initiale d'acide métaphosphorique conserve donc dans sa transformation un titre alcalimétrique h invariable, vis-à-vis de l'orangé 3. Vis-à-vis de la phtaléine, le titre φ croît, et cet accroissement marque l'introduction progressive de la deuxième fonction acide : il peut fournir une mesure de la vitesse de la réaction. Quand celle-ci est terminée, φ devient sensiblement égal à $2h$. A chaque instant, la différence $2h - \varphi$ mesure la dose y d'acide métaphosphorique qui reste encore à transformer.

» J'ai étudié cette variation pour diverses températures et diverses concentrations.

» Les solutions d'acide métaphosphorique ont été obtenues, soit en dissolvant lentement dans l'eau glacée de l'acide phosphorique anhydre, aussi pur que possible ; soit surtout en calcinant longtemps au rouge, dans un creuset de platine, des cristaux d'acide orthophosphorique pur; laissant refroidir dans l'exsiccateur, puis plongeant dans l'eau à 0° : la masse vitreuse décrépite et projette au sein du liquide des parcelles gélatineuses qui se dissolvent avec lenteur. Ces deux modes de préparation conduisent à des liqueurs qui se transforment avec des vitesses sensiblement identiques.

» Les liquides étudiés sont maintenus à température constante, soit dans la glace fondante, soit dans un courant d'eau des fontaines publiques, soit dans l'étuve couveuse de M. d'Arsonval (pour les températures comprises entre 30° et 60°). Au-dessus de 60°, j'ai employé des bains d'eau chaude bien réglés. La transformation étant alors très rapide, on ne saurait négliger celle qui a lieu pendant la période de réchauffement. La liqueur distribuée dans un nombre suffisant de tubes scellés identiques est amenée le plus rapidement possible jusqu'à la température du bain : les tubes sont alors plongés et maintenus dans ce bain. Pour les prises d'essais, on enlève un tube, qu'on refroidit promptement dans la glace, pour rendre négligeable la transformation pendant cette période. Les temps sont comptés à partir de la première prise d'essai.

» Pour une température déterminée, y décroît quand le temps x croît : graphiquement y est figuré par une courbe asymptote à l'axe des x. La diminution est d'autant plus rapide que la température est plus haute. Ainsi, pour des liqueurs renfermant par litre à peu près un $\frac{1}{2}$ équivalent

(soit 40gr) d'acide métaphosphorique, la transformation, déjà commencée au début de l'expérience, a été sensiblement terminée :

A 0°, au bout de	....	150j environ
A 14	»	30 »
A 31	»	5 »
A 61	»	4h30m
A 95	»	moins de 1h

» Si l'on calcule les valeurs de $\log y$, on trouve qu'elles varient proportionnellement au temps : graphiquement *elles forment rigoureusement une ligne droite*.

» Nous voyons donc qu'on aura

$$\frac{dy}{dx} = -\alpha y.$$

» *La vitesse de transformation est à chaque instant proportionnelle à la masse de substance transformable qui se trouve présente dans le système.*

» Une loi identique avait été obtenue par M. Berthelot, qui l'a exposée dans son Cours du Collège de France, en 1865 (1), pour les réactions non limitées ; par analogie avec une loi du même ordre qu'il avait découverte en 1862 pour les réactions limitées par des équilibres.

» Nous pouvons donc poser

$$\log y = -x \log a + \log b,$$

d'où nous tirons

$$y = ba^{-x}.$$

b est la valeur de y à l'origine des temps, a est une constante qui est fonction de la température et de la concentration : le coefficient angulaire des droites qui figurent $\log y$ donne immédiatement $-\log a$.

» Les valeurs de a croissent très rapidement avec la température. Ainsi, pour des liquides renfermant par litre environ $\frac{550}{1000}$ d'équivalent PhO^5, j'ai trouvé pour $\log a$:

A 0°	0,00047
A 13,5	0,00310
A 31,5	0,02300
A 60	0,3900
A 70	0,6600
A 80	1,6800

(1) *Revue des Cours scientifiques pour* 1865; puis dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XVIII, p. 147; *Essai de Mécanique chimique*, t. II, p. 62.

Pour une concentration déterminée, on a, à peu près,

$$\log a = m^t.$$

» D'ailleurs les liqueurs plus riches se transformant plus vite, $\log a$ paraît varier proportionnellement à la concentration. De nouvelles expériences en cours d'exécution fixeront avec plus de certitude la variation de $\log a$, ainsi que l'influence mal connue des acides sur la transformation de l'acide métaphosphorique. »

CHIMIE. — *Sur un alliage de titane, de silicium et d'aluminium.* Note de M. **Lucien Lévy**, présentée par M. Troost.

« Wöhler a indiqué deux alliages de titane, de silicium et d'aluminium, sans en donner, d'ailleurs, la composition. J'ai trouvé un alliage du même genre, qui diffère par quelques propriétés de ceux de Wöhler et dont j'ai pu déterminer la composition ([1]). Cet alliage semble être un mélange de deux corps isomorphes cristallisés ensemble et ayant pour formule $TiAl^4$ et $SiAl^4$.

» *Préparation.* — 10^{gr} de titane, 35^{gr} de fil d'aluminium coupé en petits morceaux, 35^{gr} de chlorure de sodium fondu et 35^{gr} de chlorure de potassium également fondu sont enfermés dans un creuset de biscuit disposé pour recevoir un courant d'hydrogène pur et sec, chauffé au four Perrot, dans une brasque de charbon et de rutile, pendant une heure et demie. On laisse refroidir lentement et l'on obtient des lamelles cristallines, en géodes dans une gangue d'aluminium et de chlorures fondus. On lave à l'eau bouillante, puis on dissout les culots métalliques dans l'acide chlorhydrique très étendu (l'acide un peu concentré dissout l'alliage). Il se dégage alors, du culot, de superbes lamelles miroitantes, que l'on sépare, par triage, des résidus insolubles.

» *Propriétés physiques.* — Ces lamelles, insolubles dans l'eau, l'alcool, l'éther, sont gris d'acier, de densité 3,11 à 16°, et présentent des groupements cristallins, dans lesquels on reconnaît, au microscope, des angles de 90°; elles sont très fragiles et très conductrices de la chaleur.

» *Propriétés chimiques.* — Ce corps brûle dans l'oxygène au rouge, en produisant de belles étincelles jaunes; il ne brûle pas quand on l'a chauffé

(1) Ce travail a été fait à l'École de Pharmacie, au laboratoire de M. Jungfleisch.

insuffisamment : aussi est-il impossible de répéter avec lui les expériences de combustion dans un flacon plein d'oxygène. Dans l'air, l'azote et ses composés oxygénés, il est inattaqué à froid ; au rouge, il s'irise légèrement dans ces corps, sans, d'ailleurs, augmenter de poids. Le soufre fondu ou en vapeurs, le sélénium, le phosphore et l'arsenic en vapeurs n'agissent pas. Le chlore, le brome et l'iode en vapeurs l'attaquent, en produisant : le chlore, des étincelles jaunes ; le brome et l'iode, de belles flammes rouges ; on a alors le mélange des composés halogènes correspondants. L'action de l'iode est la plus active ; le brome liquide, même à chaud, ne l'attaque pas.

» La vapeur d'eau surchauffée, l'acide nitrique froid, même fumant, ne l'attaquent pas ; à chaud, cet acide l'attaque un peu. Ce caractère, joint à celui de la densité, distingue le présent alliage de ceux de Wöhler, qui sont très facilement attaqués par l'acide nitrique.

» A froid, les acides sulfurique et chlorhydrique concentrés l'attaquent légèrement ; à chaud, la réaction est beaucoup plus intense. Les vapeurs chlorhydriques le brûlent au rouge, en donnant de l'hydrogène et des chlorures. L'eau régale est son véritable dissolvant ; cependant, quelques parcelles noires restent insolubles ; c'est, sans doute, du charbon. Les solutions bromhydrique et iodhydrique, les eaux régales correspondantes sont sans action à froid et à chaud. Cet alliage est difficilement attaqué par un mélange d'acide sulfurique et de fluorure de calcium.

» La potasse le dissout incomplètement à froid et complètement à chaud, en dégageant de l'hydrogène ; on n'a jamais constaté dans ce gaz la présence de matières titanifères. L'ammoniaque, en solution froide ou chaude, ou à l'état gazeux, même au rouge, ne l'attaque pas.

» *Analyse.* — On dissout un poids de l'alliage dans l'eau régale, on neutralise par l'ammoniaque, on acidule avec de l'acide sulfurique et l'on fait bouillir six heures, en renouvelant l'eau.

» L'acide titanique se dépose complètement avec la silice (et une trace de fer). L'alumine, qui est restée dans la liqueur, est précipitée par l'hyposulfite de soude. La silice est dosée, par différence, dans l'acide titanique, à l'aide du fluorhydrate d'ammoniaque.

» Voici les résultats de deux dosages :

	I.	II.
Al...............	70,92	71,2
Ti...............	26,8	26,5
Si...............	2,17	2,22
Pertes (C?).......	0,11	0,08
	100,00	100,00

» Si l'on suppose que le silicium soit remplacé par du titane, équivalent à équivalent, on trouve des résultats qui correspondent assez bien avec les proportions de la formule $TiAl^4$:

	I.	II.	$TiAl^4$.
Al..........	69,83	70,075	69,63
Ti ou Si.....	30,08	29,855	30,37
Pertes......	0,09	0,07	0,00
	100,00	100,000	100,00

» C'est cette coïncidence qui me porte à penser que cet alliage doit être un mélange de deux corps isomorphes, $TiAl^4$ et $SiAl^4$, cristallisés ensemble. En tout cas, la formule brute serait $n TiAl^4 + SiAl^4$, où n serait voisin de 9.

» La même préparation essayée avec le zinc ou le magnésium, aux lieu et place d'aluminium, n'a rien donné. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques dérivés de la cinchonine.* Note de MM. **E. Jungfleisch** et **E. Léger**, présentée par M. Berthelot.

« Nous avons annoncé (*Comptes rendus*, t. CV, p. 1255) que, le sulfate de cinchonine étant chauffé à 120° pendant quarante-huit heures avec un mélange à parties égales d'acide sulfurique et d'eau, l'alcaloïde se change en diverses bases dont nous avons isolé les six plus abondantes ; nous allons exposer comment on peut séparer ces alcalis. Toutefois, laissant ici de côté les très nombreux essais que nous avons dû faire, ainsi que divers procédés efficaces mais trop laborieux, nous indiquerons seulement le traitement qui nous semble actuellement le plus avantageux.

» Tout d'abord, on met l'ensemble des alcalis en liberté. Le produit complexe, résultant de la réaction, est versé dans six fois son poids d'eau, chauffé au bain-marie, neutralisé par le carbonate de soude, puis alcalinisé fortement par la soude caustique. Les bases se précipitent en une masse semi-liquide, qui durcit par le refroidissement et est ensuite séparée de la liqueur chargée de sulfate de soude. Cette dernière retient en dissolution une faible proportion d'alcalis organiques, qu'on recueille en les précipitant sous forme de phosphotungstates et en épuisant par l'alcool bouillant le précipité décomposé par la chaux ; ces alcalis dissous ne diffèrent pas de ceux qui constituent la masse principale ; ils se trouvent

seulement mélangés dans des proportions réglées par leurs solubilités respectives.

» Le mélange de toutes les bases, préalablement débarrassé par lavage des sels minéraux, est épuisé par l'éther lavé à l'eau, jusqu'à ce que le dernier éther décanté ne laisse plus, après évaporation, de résidu poisseux. Les liqueurs réunies sont filtrées et distillées ; elles laissent une matière sirupeuse, jaune, constituée par l'ensemble des *bases solubles dans l'éther* (A). Quant à la matière blanche non dissoute, elle est essorée et séchée ; elle est formée des *bases insolubles dans l'éther* (B). Le partage ainsi effectué est assez net.

» A. *Bases solubles dans l'éther.* — Le mélange débarrassé d'éther est neutralisé au tournesol, à la température du bain-marie, par l'acide chlorhydrique dilué de deux ou trois fois son volume d'eau. Après vingt-quatre heures, il s'est déposé des cristaux abondants de *chlorhydrate de cinchonigine ;* on essore ces cristaux, on les lave à la trompe avec un peu d'eau froide ; des cristallisations successives dans l'eau bouillante les purifient aisément. Les liquides, réunis et concentrés au bain-marie jusqu'à consistance sirupeuse, fournissent lentement une nouvelle quantité du même sel.

» L'eau mère conserve d'ordinaire l'état liquide, même lorsqu'on l'a réduite en consistance de sirop épais. On la précipite par la soude ; on recueille l'alcali par agitation avec l'éther et distillation de ce dernier, puis on le sursature par un grand excès d'acide iodhydrique incolore et dilué. Il se forme bientôt, surtout si l'on frotte la paroi du vase avec une baguette, un abondant précipité cristallin, jaune, de *diiodhydrate de cinchoniline.* Ce sel, presque insoluble, est essoré, lavé à la trompe avec un peu d'eau froide, et purifié par cristallisation dans l'eau bouillante additionnée d'acide iodhydrique.

» Les bases, que la soude précipite de l'eau mère iodhydrique, donnent encore, lorsqu'on répète sur elles les mêmes traitements, du chlorhydrate de cinchonigine, puis du diiodhydrate de cinchoniline, mais en petite proportion. Le résidu relativement faible que l'on obtient finalement est formé par des bases solubles dans l'éther, d'abord huileuses, mais laissant déposer peu à peu des cristaux, qui restent à examiner.

» B. *Bases insolubles dans l'éther.* — Le mélange insoluble dans l'éther est plus complexe. On le dissout dans l'alcool fort et bouillant, ce qui exige l'emploi de beaucoup de dissolvant, et on distille la solution jusqu'à ce qu'elle abandonne à chaud des cristaux abondants. On l'additionne

d'un égal volume d'eau, on agite et on laisse reposer jusqu'au lendemain. Deux bases insolubles dans l'alcool faible se séparent cristallines (*a*), tandis que deux autres bases (*b*) restent dissoutes avec quelques matières étrangères. On recueille les cristaux, on les essore, on les délaye dans l'alcool à $\frac{50}{100}$ et l'on chauffe légèrement; après vingt-quatre heures de contact, on les essore de nouveau et on les lave à l'alcool faible.

» *a*. On dissout les bases insolubles dans l'alcool faible en les reprenant par l'eau bouillante additionnée d'acide succinique; on forme une liqueur neutre au tournesol, qu'on concentre vers 100° jusqu'à ce qu'elle donne à chaud des indices de cristallisation et qu'on abandonne. Il se dépose aussitôt des aiguilles nombreuses d'un succinate de cinchonibine, stable à chaud et instable à froid, qui subsiste cependant quelquefois durant plusieurs jours, mais qui, lorsqu'on amorce la cristallisation ou même lorsqu'on frotte avec une baguette la paroi du vase, disparaît pour se transformer en un hydrate à $6H^2O^2$; celui-ci est en tables hexagonales, fort peu solubles à froid. On essore et on lave à la trompe avec peu d'eau froide ce second *succinate de cinchonibine*. Après concentration, l'eau mère peut en fournir encore une certaine quantité.

» Cette eau mère contient surtout du succinate de cinchonifine. On la précipite par la soude; on lave à la trompe l'alcali mis en liberté et on le dissout à chaud dans l'acide iodhydrique incolore, pour former une solution aqueuse neutre au tournesol; celle-ci donne en refroidissant une belle cristallisation d'*iodhydrate de cinchonifine* peu soluble. Un peu d'iodhydrate de cinchonibine reste dans la liqueur; on l'extrait à l'état de succinate.

» *b*. Les solutions alcooliques faibles, séparées des bases précédentes (*a*), sont d'abord distillées pour éliminer l'alcool. Le résidu est neutralisé exactement à chaud par l'acide chlorhydrique et filtré bouillant. La solution est fortement colorée; elle dépose lentement des croûtes cristallines de *chlorhydrate d'oxycinchonine* α; après des évaporations répétées, elle en fournit de nouveau.

» Lorsque les eaux mères très concentrées cessent de donner le même sel, on les précipite par la soude. La base colorée que l'on obtient est desséchée et mise en contact prolongé avec l'acétone. Sous l'influence d'agitations répétées, le tout se change en une substance pulvérulente, peu colorée, tenue en suspension dans un liquide brun. On sépare le liquide du solide, on essore celui-ci, on le lave à l'acétone et on le sèche; c'est l'*oxycinchonine* β, qu'on change en succinate neutre au tournesol, sel très soluble à chaud et non à froid, se prêtant bien à la purification. Les liqueurs acéto-

niques distillées laissent un résidu presque noir, incristallisable, peu abondant.

» Dans les conditions expérimentales que nous avons précisées, les bases solubles dans l'éther, mélangées sensiblement à parties égales, forment un peu moins de la moitié du produit total; la cinchonibine et la cinchonifine, aussi abondantes l'une que l'autre, constituent la plus grande partie du reste; parmi les oxycinchonines, la base α est la plus rare.

» Il nous reste à décrire ces différents corps. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'acide oxalique sur la cinchonine en présence de l'acide sulfurique*. Note de MM. **Caventou** et **Ch. Girard**, présentée par M. Berthelot.

« La Note insérée par MM. Jungfleisch et Léger, dans les *Comptes rendus* du 19 décembre dernier, nous oblige, pour prendre date et maintenir notre droit, de publier, quelque incomplètes qu'elles soient, les recherches que nous poursuivons et qui offrent des points similaires avec le travail de ces chimistes distingués.

» M. Pasteur, dans un remarquable travail, a fait connaître le premier l'action de l'acide sulfurique sur la cinchonine. Il a pu ainsi isoler une base nouvelle, la *cinchonicine*, dont le pouvoir rotatoire droit était sensiblement plus faible que celui de la cinchonine.

» Ayant modifié le mode de réaction suivi par M. Pasteur, nous avons obtenu plusieurs bases, dont une, paraissant isomère de la cinchonine, a non seulement perdu son pouvoir rotatoire droit, mais dévie à gauche le plan de la lumière polarisée.

» Voici les faits :

» Lorsqu'on soumet la cinchonine à l'action de l'acide oxalique en présence de l'acide sulfurique monohydraté en maintenant la température entre 125° et 130° pendant plusieurs jours, cette base est modifiée.

» On isole les nouvelles bases transformées en traitant le produit brut par un assez grand volume d'eau, puis on précipite la solution par l'ammoniaque; on recueille les bases précipitées, on les essore et on les traite par l'éther qui n'en dissout qu'une partie.

» La masse insoluble dans l'éther paraît être, pour la majeure partie, de la cinchonine non attaquée pendant l'opération.

» La solution éthérée est ensuite agitée avec de l'eau acidulée par de

l'acide chlorhydrique qui s'empare des bases; on la précipite par l'ammoniaque et on reprend le précipité essoré par de la benzine qui n'en enlève qu'une partie. Le traitement par l'éther permet donc de séparer facilement deux bases, l'une soluble dans l'éther et la benzine, l'autre soluble dans l'éther, mais insoluble dans la benzine.

» La base soluble dans l'éther et la benzine cristallise par l'évaporation lente de cette dernière, en magnifiques cristaux, qui retiennent de la benzine et dont on ne peut les débarrasser qu'en les pulvérisant et en les chauffant à 100°; elle est également soluble dans l'acétone, le chloroforme, les alcools méthylique, éthylique et amylique.

» Cette base fond à 125°.

» Elle dévie à gauche le plan de la lumière polarisée $[\alpha]_D = -58°,3$ dans l'alcool absolu; concentration, 1 pour 100.

» La base est à peine soluble dans l'eau. A l'ébullition, elle ne paraît pas s'altérer.

» Chauffée avec la potasse, elle donne des ammoniaques composées, des dérivés quinoléiques et pyridiques.

» Elle forme avec l'acide chlorhydrique un sel très bien cristallisé, soluble dans l'eau (1). Le bichlorure de platine, ajouté à la solution aqueuse du chlorydrate, donne un beau précipité jaune orangé, soluble dans l'eau chaude, cristallisant par le refroidissement.

» L'acide sulfurique forme avec elle un sel bien cristallisé, mais tellement soluble dans l'eau qu'il est très difficile de l'obtenir sous cette forme.

» L'acide chromique forme aussi un sel neutre, orangé, assez soluble dans l'eau, ce qui différencie cette base de la cinchonine dont le chromate est beaucoup moins soluble.

» L'analyse centésimale de la base donne des chiffres qui correspondent à peu près à ceux de la cinchonine.

» En ce qui concerne cette nouvelle base, le groupe CO ne se serait pas fixé sur la cinchonine. Cette dernière aurait simplement subi un changement moléculaire qui a complètement modifié ses caractères distinctifs.

» M. le Dr Laborde a eu l'obligeance d'étudier l'action physiologique de cette base sur les animaux (grenouille, cobaye, lapin, chien) : il résulte de ses expériences qu'elle est un convulsivant paraissant exercer son action

(1) Le pouvoir rotatoire du chlorhydrate dissous dans l'eau est égal à

$$[\alpha]_D = -68°,28.$$

primitive et prédominante sur la sphère bulbo-cérébrale, de façon à produire le véritable syndrome épileptique à la façon, mais avec une activité relative supérieure, de la cinchonine.

» Nous n'avons pas encore achevé l'étude de la base soluble dans l'éther et insoluble dans la benzine, ainsi que celle des bases insolubles dans l'éther. La base soluble dans l'éther et insoluble dans la benzine cristallise assez difficilement et possède un pouvoir rotatoire droit.

» Nous poursuivons aussi l'étude de cette réaction sur d'autres bases organiques : nous aurons l'honneur d'en rendre compte à l'Académie lorsque le travail sera suffisamment avancé. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la densité de vapeur de l'aluminium-éthyle.* Note de MM. **L. Roux** et **E. Louïse**, présentée par M. Friedel.

« La détermination des densités de vapeur de l'aluminium-éthyle et de l'aluminium-méthyle a conduit MM. Odling et Buckton à représenter ces corps par les formules $Al(C^2H^5)^3$ et $Al(CH^3)^3$ (¹).

» MM. Odling et Buckton ont trouvé, en effet, que la densité de vapeur de l'aluminium-éthyle est 4,5 à 234°, la densité théorique étant 7,92 pour $Al^2(C^2H^5)^6$ et 3,96 pour $Al(C^2H^5)^3$. Ils ont trouvé, d'autre part, pour densité de vapeur de l'aluminium-méthyle 4,0 à 160° et 2,8 à 230°, la densité théorique étant 5,02 pour $Al^2(CH^3)^6$ et 2,51 pour $Al(CH^3)^3$.

» Ces déterminations ont été faites suivant la méthode de Gay-Lussac; or, d'après les observations de Wanklyn (²), il est possible que les composés organiques de l'aluminium soient attaqués par le mercure à la température de l'expérience, et que cette décomposition rende incertaine la valeur des résultats obtenus.

» On remarquera, d'autre part, que ces composés organo-métalliques peuvent ne pas être stables à température élevée; s'il en était ainsi, les nombres de MM. Odling et Buckton s'appliqueraient non plus à des corps définis, mais au mélange de leurs produits de décomposition.

» En présence de ces incertitudes, il nous a paru intéressant d'étudier de nouveau les densités de vapeur des composés organiques de l'alumi-

(¹) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 4ᵉ série, t. IV, p. 492.
(²) *Journal of the chem. Soc.*, t. IV, p. 128, et *Bull. Soc. Chim.*, t. VI, p. 213.

nium. Nos premières recherches, dont nous avons l'honneur de présenter les résultats à l'Académie, ont porté sur l'aluminium-éthyle.

» Ce corps a été préparé en chauffant à 115°, en tubes scellés, du mercure-éthyle avec un excès d'aluminium métallique, et le produit de la réaction a été rectifié sur de l'aluminium en feuilles dans un courant de gaz inerte. On obtient ainsi un liquide incolore et mobile, bouillant de 195° à 200°, et qui nous a donné à l'analyse les résultats suivants :

Matière employée..........	0gr,276
Alumine trouvée...........	0gr,122

ce qui fait en centièmes :

	Trouvé.	Calculé pour $Al^2(C^2H^5)^6$.
Aluminium......	23,6	24,1

» Les densités de vapeur ont été prises, d'après la méthode de M. V. Meyer, dans une atmosphère d'azote soigneusement purifié et séché. A cet effet, le gaz employé était dirigé sur une longue colonne de cuivre métallique porté au rouge, puis à travers des tubes témoins renfermant du chlorure chromeux.

» Les expériences faites à des températures diverses, obtenues au moyen de composés définis maintenus à l'ébullition, ont conduit aux nombres suivants :

	Corps employés.	Température d'ébullition.	Densités trouvées.	
I	Quinoléine................	235°	8,0	8,1
II			8,2	
III	Benzoate d'amyle.........	258	6,0	6,2
IV			6,3	
V			6,4	
VI	Diphénylamine..........	310		2,5
VII	Mercure.................	350		2,5

» La densité de vapeur théorique de l'aluminium-éthyle étant 7,92 pour la formule $Al^2(C^2H^5)^6$, les nombres précédents montrent qu'au voisinage de son point d'ébullition ce corps possède une densité de vapeur normale.

» Mais, à partir de 250° environ, l'aluminium-éthyle commence à se décomposer ; et cette décomposition devient plus profonde à mesure que la température s'élève, la densité de vapeur diminuant en même temps

jusqu'à devenir égale, non pas à la moitié, mais bien au tiers de la densité théorique.

» Il en résulte que l'aluminium-éthyle, ou, plus exactement, les produits de sa décomposition occupent vers 300°, non pas 4^{vol}, comme l'indique la formule

$$Al^2(C^2H^5)^6 = 2Al(C^2H^5)^3,$$

mais bien 6^{vol}, l'aluminium-éthyle se décomposant soit en aluminium et diéthyle

$$Al^2(C^2H^5)^6 = 2Al + 3(C^2H^5)^2,$$

soit, ce qui nous paraît plus vraisemblable, en diéthyle et aluminium-diéthyle, volatil à la température de l'expérience,

$$Al^2(C^2H^5)^6 = \underbrace{2[Al(C^2H^5)^3]}_{(4\ \text{vol.})} + \underbrace{(C^2H^5)^2}_{(2\ \text{vol.})}.$$

» Nous nous proposons d'étudier les produits de cette décomposition et nous espérons que nos expériences nous permettront de décider à laquelle de ces deux hypothèses il convient de s'arrêter.

» Quoi qu'il en soit, il résulte de nos recherches que l'aluminium-éthyle est bien représenté par la formule $Al^2(C^2H^5)^6$ et non par la formule $Al(C^2H^5)^3$ ordinairement admise ([1]). »

MINÉRALOGIE. — *De la genèse des phosphates et arséniophosphates plombifères de Roure et de Rosiers (Pontgibaud).* Note de M. **F. Gonnard**, présentée par M. Fouqué.

« Quand on examine la liste des diverses espèces minérales que renferment les nombreux filons plombifères disséminés dans le massif cristallin du département du Puy-de-Dôme, on est frappé de la faible quantité et, parfois même, de l'absence complète des minéraux *de chapeau* que présentent la plupart d'entre eux, alors que, au contraire, à Roure et à Rosiers, ces minéraux, les cérusites, les pyromorphites et les campylites, se sont si abondamment développés, non seulement près de la surface, mais encore, ce qui est remarquable, dans la profondeur. Il a été, en effet, trouvé à Roure,

---

([1]) Travail de la Faculté des Sciences de Lyon.

il y a sept ou huit ans, de belles campylites à 60^{m} de la surface [voir mes *Notes minéralogiques sur les environs de Pontgibaud* (*Bulletin de la Société minéralogique*, n° 2, t. V, 1882)].

» Il m'a semblé que l'explication de ces faits, dont le dernier est anormal, était aisée, et qu'elle se serait assurément présentée depuis longtemps à l'esprit de quelques-uns des minéralogistes qui visitent le district minier de Pontgibaud, si, d'une part, on avait connu le fait de la diffusion de l'acide phosphorique dans les roches granitiques et laviques, et si, d'autre part, une erreur due à Fournet n'était intervenue pour dérouter les observateurs.

» On sait, en effet, que ce savant, qui fut pendant plusieurs années directeur des mines de Pontgibaud, avait (voir les *Annales scientifiques d'Auvergne*, 1832) signalé à Roure un *nid* (je me sers de son expression) de tourmaline smaragdifère, en relation, dans sa pensée, avec des gisements d'étain dont l'existence dans le voisinage fut reconnue d'ailleurs plus tard. Or j'ai montré (voir le *Bulletin de la Société minéralogique*, n° 8, t. V, 1882) que cette émeraude de Roure était simplement de l'apatite, détruisant ainsi une erreur qui avait cinquante ans de date. Ici l'apatite forme avec la tourmaline, non un accident, comme le croyait Fournet, mais une association fréquemment réalisée dans les pegmatites, qui a dans ce cas un développement considérable, et dont, pour ma part, j'ai donné divers exemples dans le Puy-de-Dôme, la Haute-Loire et le Rhône.

» Il y a donc, au voisinage, pour ainsi dire immédiat, des filons de galène de Roure, un filon puissant de pegmatite tourmalinifère à apatite. D'autre part, les recherches de M. Truchot (voir les *Annales agronomiques* de Dehérain, 1876) nous ont appris que les eaux chargées d'acide carbonique dissolvent facilement le phosphate de chaux, et peuvent par conséquent déplacer cette substance minérale de ses gîtes originaires. Or les eaux des terrains volcaniques sont riches en acide carbonique. Il suffit, dans l'espèce, de se rappeler, entre autres faits, qu'au-dessous de Pontgibaud, un peu avant d'arriver à Barbuot, on trouve sur la rive droite de la Sioule une source d'eau acidulée par l'acide carbonique; que dans les galeries, aujourd'hui abandonnées, de cette mine, on trouvait sous le basalte des rognons plombeux, à extérieur de cérusite et à intérieur de galène; qu'à Pranal enfin les dégagements d'acide carbonique sont tels que les galeries ne deviennent accessibles aux mineurs que grâce à de puissants ventilateurs, dont le moteur est la Sioule.

» Le fait de l'infiltration de la chaux phosphatée dans des roches sous-jacentes a été d'ailleurs depuis longtemps mis en évidence par les analyses

qu'a faites M. Yermolow de roches crayeuses englobant des couches de phosphorite ou de sables recouverts par elles, dans les gouvernements de Grodno et de Tambow (voir les *Recherches sur les gisements de phosphate de chaux fossile en Russie*, 1873).

» Ces divers préliminaires posés, il est, je crois, facile d'expliquer le développement des phosphates et arséniophosphates plombifères, si particulièrement marqué à Roure et à Rosiers.

» A Roure notamment, où l'apatite existe dans la tourmaline en quantité relativement considérable, les eaux souterraines chargées d'acide carbonique ont pu en dissoudre une partie et l'amener au contact de la galène et de la pyrite arsénicale, fréquemment associées dans ces régions indépendamment de la quantité qu'elles pouvaient en trouver dans les roches feldspathiques encaissantes ou voisines. De là la production de ces beaux minéraux, cérusites blanches et noires, pyromorphites brunes, campylites vertes; de là encore ces pseudomorphoses que forme sur la galène, le quartz et la cérusite, la même pyromorphite. Et ces infiltrations, se continuant avec le temps dans la masse sous-jacente du filon, produisent ainsi la répétition de ces actes de métamorphisme spécial à des distances considérables des affleurements.

» Ce qui vient justifier aussi cette manière de voir, c'est l'existence de la chaux constatée dans certains de ces phosphates et arséniophosphates plombifères de la région, autrefois par Dufrénoy (voir *Traité de Minéralogie*, 2e édition, t. III, p. 271; 1856), et récemment par M. Damour [*Analyse d'un arséniate de plomb calcifère trouvé à Villevieille* (*Puy-de-Dôme*) (*Bulletin de la Société minéralogique*, n° 1, t. VI, 1883)].

» Les dépôts ocreux qu'on remarque sur la galène, souvent terne à la surface et évidemment altérée, ou sur les barillets de campylite trouvés dans la profondeur, témoignent encore de la cause de ces phénomènes de métamorphisme, c'est-à-dire du passage des eaux d'infiltration.

» Peut-être l'explication que je donne ici de la genèse des phosphates et arséniophosphates plombifères est-elle susceptible d'une certaine généralisation. Je me contente toutefois de la proposer pour les filons d'une région que je connais bien, l'ayant souvent parcourue, et pour laquelle elle me semble au moins très plausible. »

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence de diaphragmes dans les canaux aérifères de la racine.* Note de M. C. Sauvageau, présentée par M. Duchartre.

« Les plantes vasculaires qui vivent dans les endroits humides ou dans l'eau possèdent presque toujours, dans la région moyenne de l'écorce de leurs divers membres, des canaux aérifères entrecoupés par des diaphragmes transversaux. Seuls, les canaux aériformes de la racine ont été considérés jusqu'ici comme dépourvus de diaphragmes. Or, dans le cours des recherches que je poursuis sur l'Anatomie comparée des plantes aquatiques, j'ai constaté dans la racine de l'*Hydrocharis morsus-ranæ* l'existence de diaphragmes semblables à ceux des autres parties de la plante.

» Autour du cylindre central de la racine de l'*Hydrocharis* est un endoderme à cellules tabulaires dont les plissements sur les parois latérales sont bien marqués par un point foncé médian. En dehors se voient deux assises de cellules exactement opposées à celles de l'endoderme, mais de dimensions beaucoup plus grandes. Chacune d'elles est composée d'une vingtaine de cellules ayant en coupe transversale la forme d'un octogone à peu prés régulier dont les angles arrondis laissent entre eux des méats rectangulaires.

» Chacune des cellules de la troisième assise corticale porte, sur le côté de l'octogone qui regarde la périphérie, une cellule étroite, à section rectangulaire, allongée suivant le rayon, suivie par plusieurs autres de la même forme, en nombre variable, suivant la racine considérée et son âge, formant une file de cellules semblables, terminée vers la périphérie par une cellule plus large. Ces files radiales déterminent entre elles des lacunes disposées régulièrement aussi suivant le rayon, et beaucoup plus larges qu'elles. Mais les 18-20 cellules de cette assise ne donnant pas toutes un point d'appui à une cellule sur leur face externe, les rangées radiales sont un peu moins nombreuses, et il y en a généralement 15-16 formant un même nombre de lacunes, dont la forme est approximativement triangulaire, la pointe du triangle, tournée vers l'axe, étant déterminée par l'angle aigu que forment les deux côtés de deux grandes cellules octogonales voisines; la base du triangle est formée par les 2-3 cellules étroites qui séparent les larges cellules terminant les files radiales et dont j'ai parlé tout à l'heure.

» En dehors est une assise à cellules alternes, sans méats, correspondant probablement à l'assise subéreuse, mais dont les caractères donnés par les réactifs et la déterminant comme telle sont beaucoup moins accusés que chez la plupart des plantes aquatiques. Extérieurement est l'assise pilifère.

» Les lacunes sont des canaux aérifères s'étendant parallèlement l'un à l'autre, suivant la longueur de la racine, séparés l'un de l'autre par un seul plan de cellules sans méats, et portant des diaphragmes; ceux-ci sont parfois obliques par rapport à la direction de la racine, comme on peut le voir sur une coupe longitudinale ou transversale, mais le plus souvent ils sont perpendiculaires, et on les voit alors de face, occupant toute la lumière du canal à air. Les intervalles auxquels ils se trouvent suivant la longueur sont très variables; certaines coupes transversales en montrent plusieurs situés sur le même plan, interrompus seulement par les murs longitudinaux, et des coupes successives dans la même région en montrent aussi. Dans d'autres racines, au contraire, ils sont beaucoup plus rares, et la nécessité de faire un grand nombre de coupes pour trouver un diaphragme isolé permet d'expliquer pourquoi ils avaient, jusqu'ici, passé inaperçus.

» Chacun de ces planchers est formé par un seul plan de cellules qui renferment un protoplasma à gros noyau; je n'y ai jamais rencontré ni raphides ni cristaux. Ces cellules ont de 4 à 8 côtés. Le point où deux ou plusieurs cellules se touchent par leurs angles est occupé par un petit méat, dont la forme est souvent celle d'un triangle allongé, ou d'un polygone à un plus grand nombre de côtés, et dont les angles et les côtés sont plus ou moins arrondis. Les faces suivant lesquelles les cellules se joignent sont rectilignes et sans méat.

» La forme des cellules et des méats des diaphragmes est identique à celle que j'ai observée dans d'autres parties de la plante. Les faisceaux vasculaires faisant complètement défaut dans la région corticale, il est évident qu'on ne rencontre jamais, dans les planchers, ces faisceaux transversaux d'union dont Duval-Jouve a donné une description si détaillée. »

ANATOMIE. — *Recherches sur la distribution des vaisseaux spermatiques chez divers Mammifères.* Note de M. **Bimar**, présentée par M. Larrey.

« On ne trouve, dans les Ouvrages d'Anatomie comparée, que des indications sommaires sur la distribution des vaisseaux spermatiques des Mammifères. J'ai étudié ce point d'Anatomie sur divers Ruminants, Solipèdes, Carnassiers et Rongeurs : les résultats de ces recherches font l'objet de la Note que j'ai l'honneur de communiquer à l'Académie.

Ruminants : *Taureau, Bélier.*

» *Artère spermatique ou grande testiculaire* (¹). — Avant d'aborder le testicule, ce vaisseau décrit un grand nombre de flexuosités, pressées les unes contre les autres, dont l'ensemble constitue un paquet en forme de cône allongé, reposant par sa base sur l'extrémité supérieure de la glande. En déroulant avec soin ce paquet vasculaire sur des pièces injectées, j'ai constaté que ces flexuosités, inextricables en apparence, comprenaient en réalité deux systèmes principaux : 1° de petits anneaux ou segments d'anneaux formés par la brusque inflexion de l'artère sur elle-même; 2° des anneaux plus grands augmentant de diamètre du sommet à la base du cône et portant chacun un nombre variable de petits anneaux. On pourrait représenter schématiquement ces flexuosités à l'aide d'un fil de fer, sur la longueur duquel on pratiquerait une première série d'anneaux régulièrement espacés, et que l'on disposerait ensuite en hélice à tours rapprochés. Ce cône artériel, complètement déroulé, ne mesure pas moins de 2^{m} de longueur chez le Bélier.

» Après avoir décrit ces circonvolutions, l'artère s'insinue dans l'épaisseur de la tunique albuginée, descend le long du bord postérieur du testicule et se divise dichotomiquement en plusieurs branches ; celles-ci fournissent un grand nombre de rameaux, qui montent en serpentant sur la face interne de l'albuginée et pénètrent ensuite dans le parenchyme testiculaire, en suivant les cloisons interlobulaires. Arrivées au corps d'Highmore, qui occupe, comme on le sait, chez la plupart des Mammifères, le centre

(¹) Je ne m'occuperai pas de l'artère petite testiculaire, qui se distribue aux éléments du cordon spermatique.

de la glande, ces rameaux artériels se recourbent et se dirigent vers la périphérie, décrivant ainsi des arcades d'où naissent les ramuscules destinés aux lobules et au corps d'Highmore.

» Je me borne à mentionner les rameaux épididymaires qui naissent, au nombre de trois ou quatre, de la portion enroulée de l'artère spermatique et sont remarquables eux-mêmes par leurs nombreuses flexuosités.

» *Veines spermatiques.* — Les veines intra-testiculaires rayonnent du centre de la glande vers la périphérie, en suivant les cloisons interlobulaires. Arrivées à la face profonde de l'albuginée, elles s'incrustent dans l'épaisseur de cette membrane et gagnent l'extrémité supérieure du testicule, tellement nombreuses et rapprochées qu'elles forment une véritable nappe vasculaire superposée aux ramifications artérielles. Leur diamètre, assez uniforme, varie entre $0^{mm},5$ et $1^{mm},5$; les plus volumineuses occupent le bord postérieur du testicule. Toutes ces veines sortent de la glande par son extrémité supérieure et présentent, à ce niveau, une remarquable disposition qui me paraît ne pas avoir été décrite : elles se divisent brusquement en pinceaux et donnent ainsi naissance à une prodigieuse quantité de petites veines de $0^{mm},3$ à $0^{mm},4$ de diamètre, qui forment un riche plexus correspondant au plexus spermatique de l'homme.

» Ce plexus se présente sous l'aspect d'une masse spongieuse conoïde de $0^{m},12$ de longueur, attenant par sa base au testicule, et terminé à son sommet par deux veines confondues plus loin en un seul tronc, la veine spermatique. Ce plexus est constitué, comme je l'ai déjà dit, par les petites veines résultant de la division des veines testiculaires. Ces petites veines ont une direction générale ascendante. Dans leur trajet elles s'accolent, se fusionnent par place, échangent d'innombrables communications et forment ainsi un vaste réseau dont les mailles extrêmement serrées ne dépassent guère le diamètre des vaisseaux. Dans la moitié inférieure du plexus, ces veines conservent leurs petites dimensions; dans la moitié supérieure, elles augmentent progressivement de diamètre en diminuant de nombre et se réduisent peu à peu aux deux vaisseaux précités.

» Ce plexus reçoit les veines de l'épididyme, condensées en plusieurs faisceaux plexiformes, et affecte avec le cône artériel les rapports les plus intimes : c'est dans son épaisseur même que l'artère spermatique décrit ses méandres compliqués, de telle sorte que les deux éléments, artériel et veineux, s'entrelacent pour former un cône vasculaire unique, engainé par le feuillet viscéral de la séreuse vaginale.

SOLIPÈDES : *Cheval, Ane.*

» *Artère spermatique.* — Elle décrit des flexuosités de même ordre, mais moins nombreuses et moins compliquées que chez les Ruminants ; entièrement déroulé, ce paquet vasculaire mesure environ 1m de longueur. Les branches que fournit cette artère dans l'épaisseur de l'albuginée naissent à angle droit; ses rameaux intra-testiculaires convergent vers le centre de la glande et se ramifient sans présenter la disposition en arcade que j'ai constatée chez les Ruminants. Quelques rameaux naissent de l'artère au moment où elle se dégage du paquet vasculaire et pénètrent directement dans le parenchyme testiculaire.

» *Veines spermatiques.* — Les veines du testicule sont de deux ordres : 1° les unes (périphériques) se comportent comme chez les Ruminants, mais sont moins nombreuses; 2° les autres (centrales) convergent de la périphérie de la glande vers un gros vaisseau collecteur qui répond à l'axe de cet organe et va sortir en dedans de la tête de l'épididyme.

» Le plexus spermatique résulte, comme chez les Ruminants, de la division des veines efférentes du testicule; mais, ici, cette division étant moindre, les veines du plexus sont moins nombreuses, plus volumineuses ; elles forment un réseau à plus grandes mailles.

CARNASSIERS : *Chien, Chat.* — RONGEUR : *Lapin.*

» *Artère spermatique.* — Chez tous ces animaux, l'artère spermatique forme aussi un groupe de flexuosités conformes au type décrit, mais moins nombreuses. Chez le Chien, l'ensemble de ces flexuosités a la forme d'un cône ; chez le Chat, ces flexuosités sont peu marquées ; chez le Lapin, elles constituent un cordon allongé. Cette artère se comporte, sous le rapport de sa distribution, comme chez les Solipèdes. Je signalerai, toutefois, chez le Lapin, une particularité consistant en ce que, les premières divisions de ce vaisseau entourent le testicule d'un cercle complet suivant son plan antéro-postérieur.

» *Vienes spermatiques.* — Les veines testiculaires sont périphériques. Elles forment, en sortant de la glande, un plexus analogue à celui des Solipèdes, mais à mailles relativement plus grandes.

» En résumé, chez les divers Mammifères que j'ai observés, les vaisseaux spermatiques présentent, sauf quelques différences secondaires, des analogies de distribution évidentes.

» Chez la plupart de ces animaux, le système vasculaire du testicule offre, relativement au volume de la glande, un développement considérable. Cette richesse vasculaire atteint son plus haut degré de proportion chez les Ruminants et n'est peut-être pas sans rapports avec la puissance génitale bien connue de ces animaux. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les trombes*. Extrait d'une Lettre de M. **Ricco** à M. Faye.

« La lecture de votre important travail *Sur les tempêtes* (¹) m'a engagé à m'occuper des études des trombes qu'on a faites en différents temps. Ainsi j'ai trouvé dans les *Elementi di Fisica di G.-B. Pianciani* (Membre de la Société italienne des XL), publiés à Rome en 1844, typ. Marini, une citation des expériences de M. de Maistre sur la formation de trombes avec un appareil très simple.

» Je l'ai fait construire et j'ai obtenu les tourbillons *ascendants* en mettant dans l'eau de la sciure de bois fort et en faisant tourner le moulinet en haut, et les tourbillons *descendants* en jetant dans l'eau de la sciure de liège, qui flotte à la surface, et en faisant tourner le moulinet en bas; j'ai aussi produit en même temps les deux sortes de tourbillons en portant le moulinet au milieu de la hauteur du récipient. J'ai même constaté qu'en mettant l'axe de rotation en direction oblique, on a des tourbillons plus beaux, parce qu'ils ne sont pas influencés par la présence de l'axe.

» En remplissant le vase par moitié avec de l'eau et par moitié avec de l'huile et en faisant tourner le moulinet près du fond, on obtient un tourbillon d'huile descendant dans l'eau, qui a la plus grande ressemblance avec les vraies trombes de mer; et lorsque, après plusieurs expériences, il s'est formé une émulsion de l'huile avec l'eau, on a un tourbillon qui a le même caractère nuageux que la partie supérieure des trombes. A la surface de séparation de l'huile ou de l'émulsion avec l'eau, on voit d'abord se former les *poches* rondes qu'on observe aussi au commencement de la formation des trombes; puis il en sort un cône qui descend en se balançant et en se tordant. Si l'on diminue la vitesse de rotation, le cône

---

(¹) *Sur les tempêtes; théories et discussions nouvelles*, par M. H. Faye. Gauthier-Villars; 1887.

rentre en lui-même; justement comme les trombes dont j'ai observé une série, l'une près de l'autre, à Livourne, en 1876.

» Certainement, la construction que M. Colladon a donnée à l'appareil pour la production des tourbillons est très élégante et appropriée au cas des tourbillons ascendants, mais *il pourrait aussi servir à la production des tourbillons descendants*, particulièrement si l'on y mettait l'axe de rotation au-dessous du petit agitateur : avec cette modification, on verrait qu'il produit des tourbillons descendants beaucoup plus beaux, plus nettement délimités et plus ressemblants aux vraies trombes. Mais le principe de l'appareil de M. Colladon est le même que celui de M. de Maistre, dont l'inventeur avait su tirer le plus grand parti avec nombre d'expériences variées, et particulièrement avec la disposition de l'axe oblique qui permet d'avoir les deux tourbillons opposés, parce qu'ils ne sont pas dérangés dans leur formation et dans leurs mouvements par la présence de l'axe.

» Avec l'appareil de M. de Maistre, on peut produire aussi des tourbillons d'air descendants dans l'eau; et encore des tourbillons d'eau ascendants dans l'huile, mais cela avec difficulté.

» De ces expériences, il résulte donc que les trombes ont une bien plus grande ressemblance avec les tourbillons descendants qu'avec les ascendants, et même la photographie de ceux-ci présentée par M. Colladon n'offre point une vraie ressemblance avec l'aspect qu'on connaît aux trombes; tout au plus, peut-on trouver une ressemblance avec la partie inférieure, ou *pied*, des trombes terrestres, qui est formée des poussières et des débris tournant rapidement.

» En outre, le mode de formation des trombes est analogue à celui des tourbillons descendants, puisque les uns et les autres commencent en haut et descendent en bas, au contraire des tourbillons ascendants.

» Donc les résultats de ces expériences plaideraient en faveur de votre théorie des trombes descendantes. Mais il ne faut pas donner trop d'importance à l'analogie entre les tourbillons artificiels et les trombes, dont le mécanisme est certainement bien différent; en effet, d'après ces expériences, pour avoir une trombe descendante, il faudrait toujours avoir en bas un mouvement rotatoire de l'atmosphère, tandis qu'on n'éprouve les effets des trombes que lorsqu'elles touchent la surface de la terre. Mais vous avez déjà dit tout cela parfaitement dans votre beau travail.

» Il faudrait de bonnes observations des trombes faites par des obser-

vateurs attentifs et non prévenus, ce qui, paraît-il, est très difficile à rencontrer.

» Mais non, tous les observateurs admettent l'aspiration des trombes : entre autres, le Rév. Dickinson dit (*Philos. Magaz.*, mars 1840) que, des trombes apparues dans la baie de Killiney, il vit tomber trois courants d'eau.

» Il paraît qu'on ne puisse nier le mouvement ascensionnel de la poussière et de débris dans le cas des tourbillons qui se produisent sur les terrains arides très échauffés ; mais par cela n'est pas démontré le mouvement ascendant de l'air. Le 4 septembre 1884, à Castelvetro, dans une petite vallée entre les premiers contreforts des Apennins, j'ai été témoin d'un coup de vent d'une extrême violence, qui emporta les tuiles de la maison où j'étais, cassa un chêne de $2^m,20$ de circonférence, en déracina d'autres, et *emporta le toit d'une autre maison*. Aussitôt après, j'ai exploré la direction des plantes abattues; partout elle était la même, S.-W. ([1]). Un mouvement rotatoire de l'air n'est donc pas nécessaire pour produire le soulèvement des objets, même très lourds.

» La question des trombes est d'une difficulté égale à sa grande importance en Météorologie, et l'on ne saurait admirer assez votre énergie, votre habileté et la solidité des armes avec lesquelles vous combattez la phalange de vos adversaires. »

VITICULTURE. — *Sur une maladie nouvelle du vin en Algérie.* Note de M. **Bordas**, présentée par M. Chevreul.

« Nous avons l'honneur de présenter à l'Académie une Note sur une nouvelle maladie du vin, qui frappe particulièrement les vignobles des environs d'Alger. Cette maladie est provoquée par un ferment spécial qui amène rapidement l'acétification du vin, et cette rapidité est telle que, en peu de temps, le liquide n'est presque plus buvable.

» Nous allons décrire dans cette Note les caractères particuliers de ce micro-organisme, ainsi que les moyens que nous avons employés pour arriver à le cultiver.

» Un propriétaire de vignobles situés en Algérie eut, dernièrement, son

([1]) Qui est la direction de la vallée.

attention provoquée par la tenue du vin récolté par lui cette année (1887).

» D'aspect général d'un vin fraîchement décuvé, il est peu limpide et ce fut en vain que divers moyens furent employés pour le rendre clair; non seulement il est louche, mais au repos il laisse un dépôt au fond des récipients qui le contiennent.

» Le propriétaire, viticulteur de beaucoup d'expérience, ne reconnaît pas, dans ce qu'il voit, les signes d'une des maladies connues du vin.

» Les échantillons que nous avons eus afin d'être analysés et de trouver, si possible, la nature du mal, ont donné à l'analyse chimique les résultats suivants :

Alcool (volume pour 100)	9,75
Tartre	4,05
Acidité	5,97

» La dégustation lui a trouvé un goût de fruit, un peu acidulé, en somme ce qu'on appelle un petit vin assez agréable à boire. L'examen microscopique y décèle une très grande quantité de petits bâtonnets très fins, courts et immobiles, assez semblables aux filaments de la bière tournée, mais en différant par une longueur moindre et leur immobilité.

» Nous avons d'abord pensé à la maladie de la tourne, caractérisée surtout par une oxydation de la matière colorante :

« Celle-ci passe du rouge au violet bleuâtre et se dépose sous forme d'un précipité sale couleur bistre, tandis que la liqueur surnageante ne garde qu'une teinte jaunâtre, une odeur de cuit et un goût acidulé légèrement amer. » (Duclaux.)

» Or, dans le cas qui nous occupe, la matière colorante n'est pas attaquée, le degré colorimétrique examiné au colorimètre de Duboscq, en prenant comme liqueur type une solution de fuchsine au $\frac{1}{10}$, ne varie pas, et l'acidité du vin croît assez rapidement, tandis que le tartre diminue; enfin la dégustation ne lui a pas trouvé le goût d'amer.

» Nous avons donc dû renoncer à l'idée de la maladie de la tourne.

» Nous nous croyons en présence d'un nouveau ferment inconnu, se propageant rapidement dans le moût, atteignant très probablement le tartre en le transformant en acide tartronique et acétique.

» Afin de nous rendre compte, nous avons d'abord fait des essais de culture de ce que nous supposons être un nouveau ferment dans des liquides de cultures artificiels, dans lesquels nous avons eu le soin de ne

pas introduire de sucre ni d'alcool, afin d'éviter le développement du *Mycoderma vini, aceti* et de la levure.

» Voici leurs compositions :

	A.	B.	C.	D.
Eau distillée	1000,00	1000,00	1000,00	1000,00
Bitartrate de potasse	2,00	3,00	4,00	1,00
Acide succinique	1,00	1,00	1,00	1,00
Glycérine	5,50	5,50	5,50	5,50
Phosphate d'ammoniaque	0,50	0,50	0,50	0,50
Phosphate de calcium	0,50	0,50	0,50	0,50
Carbonate de soude	0,50	0,50	0,50	0,50
Acide tartrique	0,50	1,00	1,50	0,50
Tannin	1,00	1,00	1,00	1,00
Matière gommeuse	1,00	1,00	1,00	1,00
	1012,50	1014,00	1015,50	1011,50

» Nous avons pris des ballons Pasteur de 250^{cc} stérilisés par un séjour d'une heure dans l'étuve à 150°, puis nous avons rempli le liquide de culture (environ 200^{cc}); nous l'avons soumis à une ébullition de dix minutes, nous avons bouché le col recourbé par un tampon de ouate stérilisé et, après refroidissement, nous avons fait pénétrer une goutte de vin à l'aide d'un fil de platine que nous avons laissé tomber dans le ballon.

» Cette méthode est celle qu'a employée M. Pasteur dans ses recherches mémorables sur les maladies de la bière.

» Cinq ballons contenant 200^{cc} du liquide de culture A ont été ensemencés avec une goutte du vin malade, cinq ballons avec le liquide B, cinq ballons avec le liquide C, cinq ballons avec le liquide D; deux ballons de chaque série A, B, C, D ont été placés dans l'étuve à 35°, deux dans l'étuve à 30°, un dans l'étuve à 24°.

» Après six jours, nous avons fait des prélèvements du liquide à examiner à l'aide d'une pipette effilée et stérilisée. Nous avons trouvé dans la série A un microbe à peu près semblable à celui que nous avions reconnu dans le vin type : les bâtonnets sont un peu plus longs et sont légèrement incurvés; le développement était plus grand, et les ballons de l'étuve à 30°.

» La série B offrait une plus grande abondance de bâtonnets, mais relativement plus courts, en quantité à peu près égale dans le ballon placé dans l'étuve à 30° que dans celui qui était dans l'étuve à 24°.

» La série C a produit une grande quantité de bâtonnets courts, mé-

langés à des cellules excessivement petites, animées de mouvements browniens; les bâtonnets étaient entraînés dans le mouvement et, à première vue, on pouvait croire qu'ils étaient mobiles.

» Comme pour la série B, les quantités étaient plus grandes dans l'étuve à 35°, et à peu près égales pour les deux autres étuves.

» La série D n'a pas donné de résultat; en cherchant au fond du ballon, nous avons trouvé un léger dépôt dans lequel les bâtonnets étaient assez rares : deux à trois dans le champ du microscope.

» Le microbe des séries A, B, C a été ensemencé à son tour dans des vins naturels de composition connue et différents, afin d'être bien certain que la maladie est en effet provoquée par ce ferment.

Titre primitif des vins.

Série α.	α_1.	α_2.	α_3.
Alcool (volume pour 100)....	11,10	11,40	9,8
Tartre....................	1,98	3,02	1,51
Acidité...................	4,31	4,90	5,43
Sucre.....................	2,62	2,38	1,00

Série β.	β_1.	β_2.	β_3.
Tartre....................	2,08	1,79	2,55
Acidité...................	4,80	4,94	5,88
Sucre.....................	1,04	1,73	1,70

Série γ.	γ_1.	γ_2.	γ_3.
Alcool (volume pour 100)....	4,60	12,25	9,30
Tartre....................	1,32	2,45	1,51
Acidité...................	3,38	4,99	3,87
Sucre.....................	1,50	1,44	1,10

» Nous avons trouvé le ferment bien développé dans α_2 et presque pas dans α_1 et α_3. Dans la série β nous avons un développement dans les ballons β_1 et β_3. La série γ, dans l'étuve à 24°, n'avait rien donné au bout de six jours; nous verrons si, dans une nouvelle période de six jours, le développement se produira.

» Nous ferons connaître ultérieurement le résultat de l'analyse des résidus α_1, α_2, α_3, β_1, β_2, β_3, afin de voir si, en outre du tartre décomposé, nous n'avons pas aussi une décomposition de l'alcool.

» Il faudra rechercher si la formule de la décomposition de l'acide tar-

trique de la crème de tartre en acide tartronique et acide acétique

$$2C^8H^6O^{12} = 2C^6H^4O^{10} + C^4H^4O^4,$$

et l'acide tartronique et lactique

$$3C^8H^6O^{12} = 3C^6H^4O^{10} + C^6H^6O^6$$

est exacte pour cette maladie, et s'il ne se produit pas d'autre décomposition. »

M. P. **Kottiarewsky** adresse la description d'un appareil destiné à observer les vitesses des courants liquides et du vent, auquel il a donné le nom de *Wodomère*. (Extrait.)

Un axe, muni de quatre ailettes tournant dans un plan perpendiculaire au courant, engrène par un pignon avec une roue dentée verticale qui porte sur un de ses diamètres un tube hermétiquement fermé à ses extrémités. A chaque révolution de la roue dentée, un poids oblong, contenu dans le tube, vient en frapper deux fois le fond. Les chocs successifs sont transmis aux observateurs par le fil de cuivre qui soutient le cadre métallique auquel sont fixés l'axe de la roue dentée et l'axe qui porte les ailettes.

En désignant par t le temps moyen compris entre deux chocs consécutifs, la formule qui donne la vitesse du courant en mètres est $v = \frac{\alpha}{t} + \beta$, α et β représentant des coefficients.

M. L. de **Saint-Martin**, en réponse à la réclamation de priorité en faveur de Paul Bert adressée par M. Dastre, maintient, sans donner aucun détail, la nouveauté des résultats qu'il a présentés dans sa Note du 5 décembre dernier.

M. J. **Delauney** adresse deux nouveaux Mémoires intitulés : « La Voie lactée » et « Le système du Soleil ».

M. **Giovanni Jacovacci** adresse une Lettre relative à une nouvelle méthode de résolution des équations du cinquième degré.

A 4 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 5 heures. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 2 janvier 1887.

Connaissance des Temps ou des mouvements célestes, à l'usage des astronomes et des navigateurs, pour l'an 1889, publiée par le Bureau des Longitudes. Paris, Gauthier-Villars, 1887; 1 vol. gr. in-8°.

Connaissance des Temps. — Extrait à l'usage des Écoles d'Hydrographie et des marins du Commerce, pour l'an 1889, publié par le Bureau des Longitudes. Paris, Gauthier-Villars, 1887; br. gr. in-8°.

Annuaire pour l'an 1888, publié par le Bureau des Longitudes. Paris, Gauthier-Villars et fils; 1 vol. in-18.

Journal du Ciel. — Notions populaires d'Astronomie pratique; par J. Vinot. Paris, aux bureaux du Journal, 1887; 1 vol. in-12.

Mission scientifique du cap Horn (1882-1883); t. I : *Histoire du voyage; par* L.-F. Martial. Paris, Gauthier-Villars, 1888; 1 vol. in-4°.

Annuaire statistique de la France; dixième année, 1887. Paris, Imprimerie nationale, 1887; 1 vol. gr. in-8°.

Album de statistique graphique de 1886 (publié par le Ministère des Travaux publics). Paris, Imprimerie nationale, 1887; in-f°. (Deux exemplaires.)

Recherches sur les équations aux dérivées partielles et sur quelques points du calcul de généralisation; par C. Cailler. Genève, Jules Carey, 1887; br. gr. in-8°.

Théorie élémentaire du cerf-volant; par E. Bertinet. Reims, F. Michaud, 1887; br. in-8°. (Présentée par M. Berthelot.)

Rectification historique sur les ateliers nationaux; par Léon Lalanne. Paris, C. Pariset, 1887; br. in-18.

Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse; 22e livraison. I. *Description géologique des Préalpes du canton de Vaud et du Chablais jusqu'à la Dranse*, etc.;

par Ernest Faivre et Hans Schardt. Berne, Schmid, Francke et Cie, 1887; 1 vol. in-4° et 1 Atlas.

Une lacune dans l'histoire de la sexualité végétale; par M. D. Clos. Toulouse, Douladoure-Privat, 1887; br. in-8°.

*Sur un cas de suber péricyclique accidentel développé dans une racine d'*Iris germanica; *par* le Dr Beauvisage. (Extrait du *Bulletin de la Société botanique de Lyon,* séance du 15 mars 1887.)

Recherches expérimentales sur la vision chez les Arthropodes; par Félix Plateau. Bruxelles, F. Hayez, 1887; 2 br. in-8°.

Teoria de las aproximaciones numéricas; por don Eduardo Mier y Miura. Madrid, imprenta del *Memorial de Ingenieros;* br. in-8°.

Astronomical and magnetical and meteorological observations made at the Royal Observatory, Greenwich, in the year 1885. London, 1887; 1 vol. gr. in-f°.

Spectroscopic and photographic observations made at the Royal Observatory, Greenwich, 1885. (Extracted from the *Greenwich observations,* 1885.)

Numerical lunar Theory; by sir George Biddell Airy. London, 1886; 1 vol. gr. in-4°.

ERRATA.

(Séance publique annuelle du 26 décembre 1887.)

Prix proposés (Prix Gay) :

Page 1407, *au lieu de* des faunes et des flores, *lisez* des faunes ou des flores.

par Edouard Dufour et Élie [illegible] [illegible] [illegible], [illegible]; 1 vol. in-4° et 1 Atlas.

Une lecture dans l'histoire de la science [illegible]; par [illegible] [illegible]. Toulouse, Douladoure-Privat, 1887; br. in-8°.

Sur un cas de [illegible] [illegible] [illegible] développé dans une [illegible] [illegible]; par le Dr [illegible]. (Extrait du *Bulletin de la Société [illegible] de Lyon*, séance du 15 mars 1887.)

Recherches expérimentales sur [illegible] [illegible]; par [illegible] [illegible]. Bruxelles, T. Hayez, 1887; 2 br. in-8°.

Teoria de las [illegible] [illegible]; por don Eduardo Mier y Miura. Madrid, imprenta del *Memorial de Ingenieros*; br. in-8°.

Astronomical and magnetical and meteorological observations made at the Royal Observatory, Greenwich, in the year 1885. London, 1887; 1 vol. in-4°.

Spectroscopic and photographic [illegible] [illegible] at the Royal Observatory, Greenwich, 1885. (Extracted from the Greenwich observations, 1885.)

Nautical Almanac [illegible] [illegible] [illegible] for the year 1891. London, 1887; 1 vol. in-8°.

ERRATA.

[illegible]

Séance publique annuelle du 26 décembre 1887.

Prix proposés (Prix [illegible]).

Page 1397, au lieu de des tumeurs des [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible], [illegible]